

研究论文

DOI: 10.11949/0438-1157.20251370

液液两相湍流中的统计特性分析

苏敬宏¹, 张亿宝², 孙超^{2,3}, 王军武^{1,4}

(¹ 中国石油大学(北京)机械与储运工程学院, 北京 102249; ² 清华大学能源与动力工程系, 热科学与动力工程教育部重点实验室, 燃烧能源中心, 新基石科学实验室, 北京 100084; ³ 清华大学航天航空学院工程力学系, 北京 100084; ⁴ 中国石油大学(北京)深层地热富集机理与高效开发全国重点实验室, 北京 102249)

摘要: 两种互不相溶的液体相互掺混形成的液液两相湍流系统在自然界中广泛存在, 并在石油与化工等领域具有重要应用。两相界面和湍流流动之间存在多尺度的耦合作用, 这使得两相湍流内的流体动力学行为比单相湍流更为复杂。采用界面解析的流体体积法对泰勒-库埃特系统内的液液两相湍流进行三维直接数值模拟, 研究不同流体性质的离散液滴对湍流统计特性的影响。研究发现, 当两相具有相同密度与黏度时, 离散液滴将增强湍流脉动的角动量输运能力并对湍流脉动分布产生调制, 具体表现为增强内外圆柱附近湍流脉动而削弱远离内外圆柱区域的湍流脉动。离散液滴密度的降低以及离散液滴黏度的进一步降低都倾向于削弱湍流脉动的强度和角动量输运能力。而对于泰勒涡结构, 离散液滴的存在始终倾向于削弱泰勒涡的角动量输运能力和强度。相关研究结果有助于深入理解液液两相湍流中离散相对湍流的影响。

关键词: 两相流; 湍流; 数值模拟; 流体体积法; 湍流调制

中图分类号: TQ 021.1

文献标志码: A

文章编号: 0438-1157 (2026) 07-3786-11

Statistical characteristic analysis in turbulent emulsions

SU Jinghong¹, ZHANG Yibao², SUN Chao^{2,3}, WANG Junwu^{1,4}

(¹ College of Mechanical and Transportation Engineering, China University of Petroleum, Beijing 102249, China;

² New Cornerstone Science Laboratory, Center for Combustion Energy, Key Laboratory for Thermal Science and Power Engineering of Ministry of Education, Department of Energy and Power Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; ³ Department of Engineering Mechanics, School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

⁴ State Key Laboratory of Deep Geothermal Resources, China University of Petroleum, Beijing 102249, China)

Abstract: Turbulent emulsions refer to dispersion systems formed by two immiscible liquid components (e.g., oil and water) within turbulent flows. These systems are widely encountered in nature and have significant applications in the petroleum and chemical industries. Turbulent flows contain many strongly coupled degrees of freedom, and there are multiscale coupling effects between the two-phase interface and turbulent flow, making turbulent emulsions more complex compared to single-phase turbulence. In this paper, three-dimensional direct numerical simulations of turbulent emulsions within the Taylor-Couette system are carried out using the interface-resolved volume-of-fluid method to investigate the effect of dispersed droplets with different fluid properties on the turbulent characteristics. The study reveals that when both phases have the same density and viscosity, dispersed droplets

收稿日期: 2025-12-05 修回日期: 2026-01-13

通信作者: 孙超(1978—),男,博士,教授,chaosun@tsinghua.edu.cn;王军武(1978—),男,博士,研究员,jwwang@cup.edu.cn

第一作者: 苏敬宏(1992—),男,博士,讲师,jhsu@cup.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金项目(12402299, 12588201, 12402298);中国石油大学(北京)科研基金项目(2462025YJRC012)

引用本文: 苏敬宏, 张亿宝, 孙超, 王军武. 液液两相湍流中的统计特性分析[J]. 化工学报, 2026, 77(7): 3786–3796

Citation: SU Jinghong, ZHANG Yibao, SUN Chao, WANG Junwu. Statistical characteristic analysis in turbulent emulsions[J]. CIESC Journal, 2026, 77(7): 3786–3796

enhance the angular momentum transport capacity of turbulent fluctuations and modulate the distribution of these fluctuations. Specifically, this manifests as enhanced turbulent fluctuations near the inner and outer cylinders while weakening those far from them. A reduction in dispersed-phase density and a further reduction in dispersed-phase viscosity both tend to weaken the angular momentum transport capacity and intensity of turbulent fluctuations. For the Taylor vortex, the presence of dispersed droplets consistently tends to weaken both its intensity and angular momentum transport capability. The related findings contribute to a deeper understanding of the effect of dispersed phase in turbulent emulsions.

Keywords: two-phase flow; turbulent flow; numerical simulation; volume-of-fluid method; turbulence modulation

引 言

两种互不相溶的液体相互掺混形成的液液两相湍流在石油工业、环境工程和化工生产等领域有着广泛的应用^[1-4]。在石油工业中,油水湍流体系的流动特性直接影响原油的开采、输送和加工效率。在环境工程中,液液两相湍流的特性对于处理含油废水等有机污染问题至关重要。在化工生产过程中,液液两相湍流也常见于混合搅拌、萃取提纯、管道输送等环节中,其流动特性的精准理解对搅拌槽反应器、混合澄清槽等核心装备的设计与优化具有基础性支撑作用。因此,深入研究液液两相湍流对降低工业过程能耗、提升产品质量与生产效率意义重大,相关研究具有极高的工程应用和科学研究价值。

液液两相湍流是一个非常复杂的流体物理系统。湍流本身具有强非线性和强非平衡性,包含许多强耦合的自由度。当离散相被引入流动系统时,会增加额外的时间和空间尺度,使得系统中的控制参数显著增加。离散相将受到流场剪切的影响,引发破碎^[5-7]、聚并^[8-9]和形态变化^[10-12]等界面动力学行为。这一系列的界面动力学行为将在引入额外尺度的同时对背景湍流的多尺度特性产生影响。因此,液液两相湍流系统相比传统的单相湍流系统具有更复杂的动力学特性^[13-14]。液液两相湍流理论建模面临自由度数激增与多尺度耦合的双重挑战,目前该领域研究主要依赖于高精度实验观测以及界面解析的三维直接数值模拟。

两相界面的存在以及两相物性参数的差异对液液两相湍流的实验观测带来了巨大的困难。目前的实验研究主要聚焦在微观的液滴形成、粒径分布以及全局输运的宏观响应上^[15-18]。相关研究主要采用泰勒-库埃特系统,泰勒-库埃特系统在工业领域常被用于设计混合器与反应釜等装置,同时也是

基础研究领域研究多相湍流的典型理想系统之一。针对多相湍流的研究,泰勒-库埃特系统具有很多优势:(1)该系统为封闭系统,可以精确控制离散相的体积分数;(2)与管道流动等开放系统相比,不受研究区域大小效应的影响;(3)能量严格守恒,全局输运特性与能量耗散率有严格的对应关系。Yi等^[19]通过一系列的实验研究了泰勒-库埃特湍流系统内液滴的形成和尺寸分布,发现主流区的平均液滴尺寸由流动梯度引起的动压控制^[19]。液滴的存在同样也会改变湍流的统计特性和全局输运,进而影响壁面阻力。液滴的尺寸和黏度将对该体系的全局输运产生重要影响,即阻力随着离散液滴体积分数的增加而增大,离散相的黏度和液液两相体系的有效黏度表现出剪切变稀效应^[15-16, 20]。Bakhuis等^[21]和Yi等^[18]还研究了泰勒-库埃特系统中的相反转过程,证明通过选择合适的两相物性参数可以显著降低壁面阻力。值得注意的是,Fan等^[22]近期通过精确匹配连续相和离散相的折射率,使液液两相体系光学透明,首次实现高体积分数($\leq 20\%$)下连续相的局部速度测量,使得在高体积分数下获取湍流场局部流动特性成为可能。然而,通过实验测量获取液液两相湍流全局的流动特性始终面临着巨大的挑战。

利用界面解析的三维直接数值模拟能够获取液液两相湍流系统的全局流场信息,因此成为研究液液两相湍流系统的主要手段之一,相关研究涉及壁湍流、各向同性湍流和均匀剪切湍流等多个湍流体系。已有直接数值模拟结果表明,在平板泊肃叶湍流与平板库埃特湍流中,离散液滴将通过变形削弱壁面附近的流向涡^[23],同时也会引起界面附近雷诺应力的增强^[24]。Dodd等^[25]通过研究离散液滴与衰减各向同性湍流之间的相互作用,探讨了液滴破碎和聚并对湍动能输运的影响。他们发现液滴的聚并降低了总表面积,从而降低了表面能,增加了局部动能;而在液滴破碎的情况下则相反。此外,Lai等^[26]

研究了液滴破碎对衰减各向同性湍流的影响,发现由于液滴破碎后形成的子液滴增强了黏性耗散,两相湍流的动能在液滴破碎阶段具有较单相湍流更低的衰减速率。Shao等^[27]研究了各向同性湍流体系内液滴破碎过程中涡结构与两相界面之间的相互作用,并研究了Weber数的影响,发现涡量倾向于与大尺度界面相切,随着Weber数的增大,液滴破碎成小液滴,这种现象逐渐消失。Mukherjee等^[28]研究了各向同性体系中的液液两相湍流,讨论了离散相液滴的统计特性以及其与周围湍流之间的相关性。他们证明了离散液滴的存在降低了大尺度涡的能量,同时增强了小尺度涡的能量,但并没有揭示潜在的机制。Crales-Esposito等^[29]发现两相界面始终将能量从大尺度传输到小尺度,总界面面积与传输的能量成正比,而增加离散相的黏度将减少能量的传输。相应地,两相界面的存在引起所在位置出现较大的速度梯度,并且随着离散相液滴黏度的增加而逐渐消失^[30]。Rosti等^[31]还研究了均匀剪切湍流中离散液滴对湍流的影响,发现离散液滴的存在对湍动能起到了能量汇的作用。上述大部分直接数值模拟研究主要聚焦于自由湍流体系,而缺乏对壁湍流体系中离散液滴影响的系统研究。本课题组^[32-33]最近针对泰勒-库埃特湍流体系研究了离散液滴对湍流输运和统计特性的影响,提出了界面张力与离散相物性参数调控湍流阻力的竞争-调和机制,并揭示了离散液滴对湍动能输运过程的影响机理^[34]。然而,离散液滴对湍流统计特性和二次流动结构的影响还有待进一步研究。

本文聚焦泰勒-库埃特湍流中离散液滴对湍流脉动和泰勒涡的影响进行研究。为此,采用界面解析的流体体积法,该方法能够解析两相之间的界面,并以单方程形式求解控制方程。这种方法使研究者能够进行类似于单相流的操作,便于进行有效的对比分析,进而确定离散相的特定影响。主要围绕角动量输运和流场统计特性两个分析因素展开研究。在泰勒-库埃特系统中,角动量输运直接决定了系统的能量耗散水平与壁面阻力大小,是衡量旋转流动系统(如搅拌器、旋转反应釜及其他旋转设备)运行能效的核心指标。通过分析角动量输运的变化,可以有效评估两相流中离散相的引入对系统能耗及阻力特性的影响,从而为旋转设备的节能优化提供依据。流场的统计特性(如速度脉动强度以及大尺度泰勒涡结构)直接决定了体系的混合效

率、传质与传热性能。特别地,泰勒涡作为主导的大尺度二次流动结构,对整体流动组织形式及混合均匀性具有重要影响。通过分析流场统计特性,可以系统评估离散相对湍流强度及搅混能力的调制作用。本文利用直接数值模拟能够灵活设置模拟参数的优势,从角动量输运和流场统计特性两个层面出发,有针对性地剖析两相界面、离散相密度和黏度对泰勒-库埃特湍流中湍流脉动和泰勒涡的影响。

1 模拟方法与设置

1.1 模拟方法

本文采用开源软件OpenFOAM v8内置的流体体积法和分段线性界面计算方法,对泰勒-库埃特系统中的液液两相湍流进行界面解析的三维直接数值模拟。该方法模拟两相泰勒-库埃特湍流时的鲁棒性已经在以前的工作中进行了验证^[32-34]。考虑两种互不相溶且不可压缩的流体,两相流动由Navier-Stokes方程进行求解。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\partial_t(\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f}_\sigma \quad (2)$$

式中, $\mathbf{u}$ 表示速度场; p 表示压力; $\boldsymbol{\tau} = \mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$ 表示黏性应力张量; ρ 和 μ 分别表示组合相的可变密度和黏度。引入相分数 α 来描述可变密度和黏度,即 $\rho = \alpha \rho_d + (1 - \alpha) \rho_f$ 和 $\mu = \alpha \mu_d + (1 - \alpha) \mu_f$,其中连续相的密度和黏度分别用密度 ρ_f 和黏度 μ_f 表征,而离散相的密度和黏度分别用 ρ_d 和 μ_d 表征。本研究采用由Brackbill等^[35]提出的连续表面力模型来模拟界面张力,即 $\mathbf{f}_\sigma = \sigma \kappa \nabla \alpha$,其中 σ 表示表面张力系数, $\kappa = -\nabla \cdot (\nabla \alpha / |\nabla \alpha|)$ 表示界面曲率。

在流体体积方法中,相分数 α 的取值处于0~1,其中 $\alpha = 0$ 代表连续相, $\alpha = 1$ 代表离散相, $0 < \alpha < 1$ 代表界面区域。相分数的控制方程为:

$$\partial_t \alpha + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{u}) = 0 \quad (3)$$

由于相分数的连续性,两相之间的界面往往会变得模糊。为了缓解这一问题,本文采用PLIC算法来重构界面以实现界面的准确捕捉。该重构方法通过在网格单元内构造切割面来表示两相之间的界面,这些切割面将每个网格单元分割开来,以匹配该网格单元内的相分数。切割面的方向由相分数梯度确定,随后通过计算单元各面淹没于切割面之下的比例,即可得出该单元面上的相分数值。基

于此算法,可将解析出的界面区域($0 < \alpha < 1$)限制在两相之间的单层网格单元内,以确保界面的锐利度。需要指出的是,当切割位置不明确或存在多个界面时,该算法可能难以处理某些特定单元。针对此类情况,研究采用 Weller^[36]提出的界面压缩方法进行处理。界面压缩方法会在相分数控制方程中加入一个仅在界面附近有效的人工压缩项,基于反梯度输运原理来防止界面变得模糊,即

$$\partial_t \alpha + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{u}) + \nabla \cdot [\alpha(1 - \alpha) \mathbf{u}_c] = 0 \quad (4)$$

式中, $\mathbf{u}_c = c \mathbf{u} \nabla \alpha / |\nabla \alpha|$; c 为压缩系数,取值为 1.0。此外,采用多维通用限制器(MULES)算法以确保相分数 α 严格保持在 0~1。基于 PLIC 算法与界面压缩方法的结合,即使在非结构化网格上也可以保持计算精度。

1.2 模拟对象

模拟体系对应流动被限制在两个半径分别为 r_i (内圆柱)和 r_o (外圆柱)的同轴圆柱之间的泰勒-库埃特装置。 $r_i = 25 \text{ mm}$, $r_o = 35 \text{ mm}$, 间隙宽度 $d = r_o - r_i = 10 \text{ mm}$ 。如图 1 所示,为了在不影响精度的前提下最大限度地降低计算成本,在模拟泰勒-库埃特系统过程中采用“最小流动单元”(模拟域的方位角为 $\pi/3$,即旋转对称性阶数 $n_{\text{sym}} = 6$),轴向长度与内外圆柱间隙宽度之比为 $\Gamma = L/d = 2\pi/3$,其中 $L = 20.94 \text{ mm}$ 为轴向长度。这一选择已在单相泰勒-库埃特湍流和多相泰勒-库埃特湍流的研究中得到验证^[37-39]。固定外圆柱,使内圆柱以恒定角速度 ω_i 旋转。系统的控制参数为 $Re = \rho_i u_i d / \mu_f$ 和 $We = \rho_i u_i^2 / \sigma$,其中 u_i 表示摩擦速度,定义为 $\sqrt{\tau_w / \rho_f}$, τ_w 表示内圆柱上的剪应力, $u_i = r_i \omega_i$ 为内圆柱的速度。研究采用单相流动的参数定义 Re 和 We , 对应 $Re = 6000$, $We = 10$ 。另外,系统的 Taylor 数表示为 $Ta = \chi(r_o + r_i)^2(r_o - r_i)^2 \omega_i^2 / (4\nu_f^2) = 5.49 \times 10^7$,其中

$\chi = \left[(r_i + r_o) / (2\sqrt{r_i r_o}) \right]^4$, $\nu_f = \mu_f / \rho_f$ 。内圆柱处的摩擦 Reynolds 数 $Re_\tau = \rho_f u_\tau d / \mu_f = 295.39$ 。设定离散相与连续相密度比 $\xi_\rho = \rho_d / \rho_f$ 和黏度比 $\xi_\mu = \mu_d / \mu_f$ 。主要研究离散相体积分分数 $\varphi = 5\%$ 的三种情况:与连续相有相同密度和黏度的中性液滴($\xi_\rho = 1, \xi_\mu = 1$);黏度与连续相相同而密度比连续相低的轻液滴($\xi_\rho = 1/4, \xi_\mu = 1$);黏度和密度均比连续相低的低黏度轻液滴($\xi_\rho = 1/4, \xi_\mu = 1/4$)。

1.3 网格划分

设定在圆柱坐标系下, θ 轴方向为方位角方向, r 轴方向为径向方向, z 轴方向为轴向方向。泰勒-库埃特系统的离散化使用的是同位网格系统,方位角方向、径向方向和轴向方向分别由 $N_\theta \times N_r \times N_z = 336 \times 256 \times 192$ 个网格组成。网格在方位角和轴向方向上均匀分布,但在径向方向上,网格间距不均匀,且在两个圆柱附近网格最密集。网格间距大小通过单相湍流下壁面单位 $\delta_v = \nu / u_\tau$ 来表征:径向方向网格间距从靠近内外圆柱的 $0.34\delta_v$ 到间隙中心的 $2.73\delta_v$ 缓慢变化;方位角方向网格间距从靠近内圆柱的 $2.3\delta_v$ 到靠近外圆柱的 $3.22\delta_v$;网格间距在轴向保持一致,大小为 $3.22\delta_v$ 。对于单相湍流, Kolmogorov 尺度(用 η_k 表示)为 $2.11\delta_v$,由 $\eta_k / d = [\chi^{-2} Ta (Nu_\omega - 1)]^{-1/4}$ 给出的精确耗散关系决定^[40],其中 $Nu_\omega = T / T_{\text{lam}}$ 。这里, T 代表驱动内圆柱所需的扭矩, T_{lam} 对应于非旋涡层流时的扭矩。最大网格间距被限制为 $1.5\eta_k$,以确保网格大小与 Kolmogorov 尺度相当。在本文的研究参数范围内,破碎后的液滴的平均尺寸约为最大网格尺寸的 8 倍,因此能够有效解析界面形状和表面张力。由于本文研究的是湍流脉动和泰勒涡的全局统计特性,而这些流场信息在液液两相湍流实验中极难获取(需要折射率匹

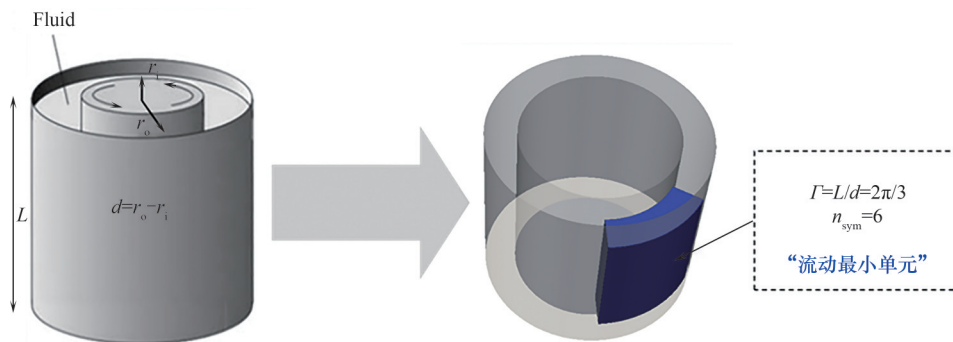


图1 泰勒-库埃特两相湍流计算模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of the two-phase Taylor-Couette turbulence computational model

配等复杂技术),因此缺乏直接的实验对比数据。本文主要通过数值验证和网格无关性来确保模拟结果的准确性和可靠性:首先检查了模拟结果中角动量通量在径向方向的守恒性,最大相对偏差保持在2%以内;接下来对单相泰勒-库埃特湍流进行了基准数据验证,无量纲角动量通量的偏差仅为-1.18%;此外,还针对单相情况和离散相为低黏度轻液滴($\xi_p = 1/4$, $\xi_\mu = 1/4$)的两相情况进行了网格无关性分析,验证了模拟结果的准确性和可靠性。详细验证信息请参考已发表工作^[33]。

1.4 模拟设置

时间离散采用一阶 Euler 方案和二阶 Crank-Nicolson 方案的混合方案,混合系数为0.9,以同时保证模拟的稳定性和精确性。空间离散化采用二阶线性迎风方案来计算动量方程中的对流项。PIMPLE算法是PISO算法和SIMPLE算法的混合版本,用于处理压力-速度耦合,以保证两相模拟具有更好的稳定性^[41]。压力方程采用 Geometric Algebraic Multigrid 求解器和 Simplified Diagonal-based Incomplete Cholesky 平滑器进行求解,后者常用于提高两相流模拟的计算效率^[42-43]。采用 symmetric Gauss-Seidel smoother 的迭代求解器求解速度和相分数。在模拟中,相分数的收敛容差设为 10^{-8} ,其他变量的收敛容差均为 10^{-6} 。在内外圆柱上施加无滑移边界条件,而在轴向和方位角方向施加周期性边界条件。内圆柱和外圆柱的相分数采用 Neumann 边界条件,最大 Courant-Friedrichs-Lewy 数设定为0.2。

首先对单相泰勒-库埃特流动进行数值模拟,以初始化速度场。当流动充分发展并形成稳定的泰勒涡结构后,将直径为 $0.2d$ 的液滴作为离散相均匀地布置于整个计算域中。随后继续进行两相流数值模拟,离散相在流场作用下经历持续的聚并与破碎过程,并逐渐适应流场。当系统达到统计稳定状态后,开始采集数据并进行统计分析。在统计稳态条件下,离散相的空间分布特征以及流场的统计量主要由湍流结构及两相物性参数共同决定,而对离散相加入方式的依赖性较弱。不同的离散相加入方式主要影响系统从单相到两相流的瞬态演化过程,而不会显著改变统计稳态下的时间平均结果,即可以认为本文中所展示的统计结果不受离散相加入方式的影响。本文以圆柱壁面扭矩的时间平均收敛性作为统计稳态的判据:选取时间长度为 $50 T_L$ 的统计时间窗,对内外圆柱上的瞬时扭矩进行

时间平均。当相邻两个统计时间窗内得到的内、外圆柱扭矩时间平均值的相对变化均小于2%时,认为系统达到统计稳态。 $T_L = d/u_i$ 为大涡周转时间,其中 d 为大尺度涡的特征长度尺度,即内外圆柱之间的间隙宽度, u_i 为对应的特征速度尺度,即内圆柱的线速度。该大涡周转时间的定义基于量纲分析,反映了能量主导大尺度涡以特征速度 u_i 在尺度 d 上完成一次周转所需的典型时间。该定义形式已在泰勒-库埃特系统中被广泛采用,用以表征湍流流动的统计时间尺度^[37-38]。本文在统计稳态区间内采集不少于 $300T_L$ 的数据用于统计分析,以确保统计结果的可靠性与收敛性。

2 结果与讨论

为直观展示离散相的存在对泰勒-库埃特流场的影响,图2给出了平均方位角速度 $\langle u_\theta \rangle_{\theta,t} / u_i$ 在 $r-z$ 平面上的分布云图,其中算子 $\langle \cdot \rangle_{\theta,t}$ 定义为对数据在方位角方向以及时间维度上取均值。图中径向位置 $(r-r_i)/d = 0$ 对应内圆柱,径向位置 $(r-r_i)/d = 1$ 对应外圆柱。如图2(a)所示,在单相泰勒-库埃特湍流中,平均方位角速度场呈现出一对清晰且对称的泰勒涡结构。当引入中性液滴作为离散相($\xi_p = 1$, $\xi_\mu = 1$)时,平均速度场的整体分布特征与单相情形基本一致,泰勒涡结构仍然清晰可辨,未出现显著变化[图2(b)]。相比之下,当离散相为轻液滴($\xi_p = 1/4$, $\xi_\mu = 1$)时,平均速度场发生了明显调制,原有泰勒涡受到显著削弱,沿轴向的有序结构趋于模糊[图2(c)]。进一步降低离散相黏度至 $\xi_\mu = 1/4$ 后,这种调制效应进一步增强[图2(d)]。以上结果定性表明,降低离散相的密度与黏度会显著改变平均速度场分布并削弱泰勒涡结构。在接下来的讨论中,将基于统计量进行更系统的分析,定量揭示离散相的存在对泰勒-库埃特流场的调制作用。

2.1 动量收支分析

在泰勒-库埃特系统中,存在表征动量输运守恒的角动量通量 J^ω ,该角动量通量不随径向位置变化而改变^[40]。在槽道流中,通常将总应力分解为黏性应力部分、湍流应力部分和其他部分^[44-45],受此启发,将角动量通量 J^ω 分解为对流贡献项 $[J_{adv}^\omega(r)]$ 、黏性贡献项 $[J_{diff}^\omega(r)]$ 和界面张力 f_σ 贡献项 $[J_{int}^\omega(r)]$ ^[32, 34],即

$$J^\omega \equiv J_{adv}^\omega(r) + J_{diff}^\omega(r) + J_{int}^\omega(r) = \text{const} \quad (5)$$

其中,

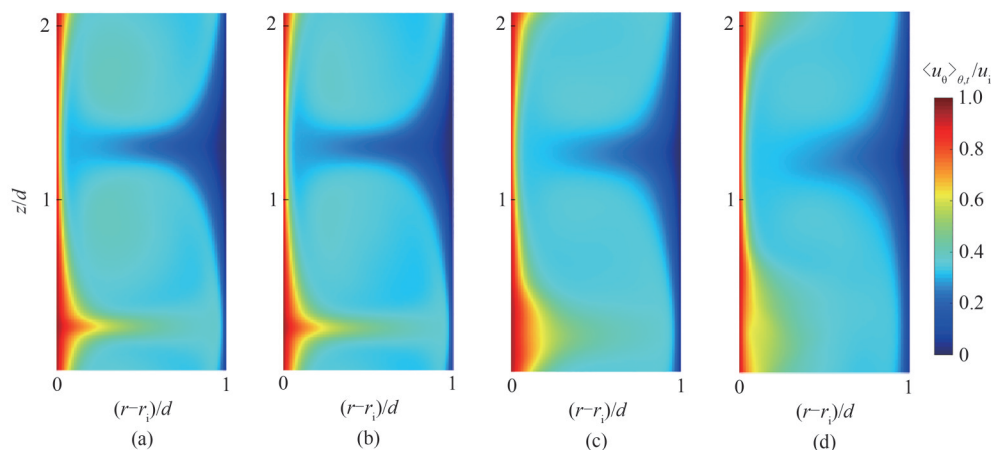


图2 不同情况下平均方位角速度 $\langle u_\theta \rangle_{\theta,t}/u_i$ 的分布云图:(a)单相情况;(b)离散相为中性液滴的两相情况;(c)离散相为轻液滴的两相情况;(d)离散相为低黏度轻液滴的两相情况

Fig.2 Contour map of averaged azimuthal velocity $\langle u_\theta \rangle_{\theta,t}/u_i$ under different conditions: (a) single-phase case; (b) two-phase case with neutrally buoyant droplets; (c) two-phase case with light droplets; (d) two-phase case with low-viscosity light droplets

$$J_{adv}^\omega(r) = r^3 \langle \rho u_r \omega \rangle \quad (6)$$

$$J_{diff}^\omega(r) = -\langle \mu (r^3 \partial_r \omega + r \partial_\theta u_r) \rangle \quad (7)$$

$$J_{int}^\omega(r) = -\int_{r_i}^r \langle r^2 f_\sigma^\theta \rangle dr \quad (8)$$

式中, r 表示径向位置; u_r 表示径向速度; ω 表示角速度; $u_\theta = r\omega$ 表示方位角方向速度; f_σ^θ 表示界面张力的方位角分量;算子 $\langle \cdot \rangle$ 定义为对数据在轴向、方位角方向以及时间维度上取均值。在这项工作中,角动量通量以及其贡献项都除以单相湍流下的角动量通量 $J_{\varphi=0}^\omega$ 以便进行更直观的对比分析。

图3展示了单相情况和3种两相情况下角动量通量以及其贡献项在径向位置的分布。离散液滴的存在将改变角动量通量,即改变湍流的输运过程。对比图3(a)、(b)发现,与单相情况相比,引入与连续相密度和黏度相同的离散液滴将导致角动量通量增大($J^\omega/J_{\varphi=0}^\omega > 1$);降低离散液滴密度,则会引起角动量通量减小($J^\omega/J_{\varphi=0}^\omega < 1$,图3(c));进一步降低离散液滴黏度则会导致角动量通量再次降低[图3(d)]。具体来说,离散液滴的存在引入了界面张力的影响,对流贡献项与扩散贡献项将进行调制以保证角动量通量在不同径向位置的守恒性。界面张力的存在倾向于增强动量输运过程,而依次降低离散液滴的密度和黏度则都会对动量输运过程起到削弱的作用。

2.2 速度脉动分解

动量收支分析主要侧重于研究界面张力和离散相的流体特性对湍流全局输运的影响,离散相如何影响湍流的细节仍有待进一步研究。在泰勒-库埃特系

统中,速度脉动可以被认为是由湍流脉动(或湍流诱导涡旋)的贡献和二次流动结构泰勒涡的贡献构成。本研究将速度脉动进行了分解以表征湍流脉动和泰勒涡。该分析方法曾被用于研究单相泰勒-库埃特湍流^[46],最近被用于研究聚合物对湍流的影响^[47]。

由于离散相和连续相之间的密度差异,雷诺平均法不再是获取速度脉动的最佳选择。因此,采用了Favre平均法,该方法对速度进行密度加权平均。Favre平均后的Navier-Stokes方程在形式上类似于单相情况下的雷诺平均方程,并且易于在不同情况下进行比较。这一优势使Favre平均法被广泛应用于可压缩流和多相流的研究中。Favre平均法对速度场进行密度加权平均,从而获得速度脉动:

$$u'' = u - \tilde{u} \quad (9)$$

式中, $\tilde{u} = \langle \rho u \rangle / \langle \rho \rangle$ 表示Favre平均速度矢量。

另一方面,使用雷诺平均计算得到的速度脉动为:

$$u' = u - \langle u \rangle \quad (10)$$

由Favre平均和雷诺平均获得的速度脉动有以下关系:

$$u'' = u' - a \quad (11)$$

式中, $a = \langle \rho' u' \rangle / \langle \rho \rangle$ 是径向位置的函数,表征每个圆柱面内密度脉动的整体效果。当离散相和连续相具有相同密度时,Favre平均退化为雷诺平均。

在泰勒-库埃特系统中,雷诺应力可以被认为是由湍流脉动的贡献和泰勒涡的贡献构成。将湍流脉动的贡献记作 $\langle \rho u_r' u_\theta' \rangle$,泰勒涡的贡献记作 $\langle \rho u_r^T u_\theta^T \rangle$,其中,

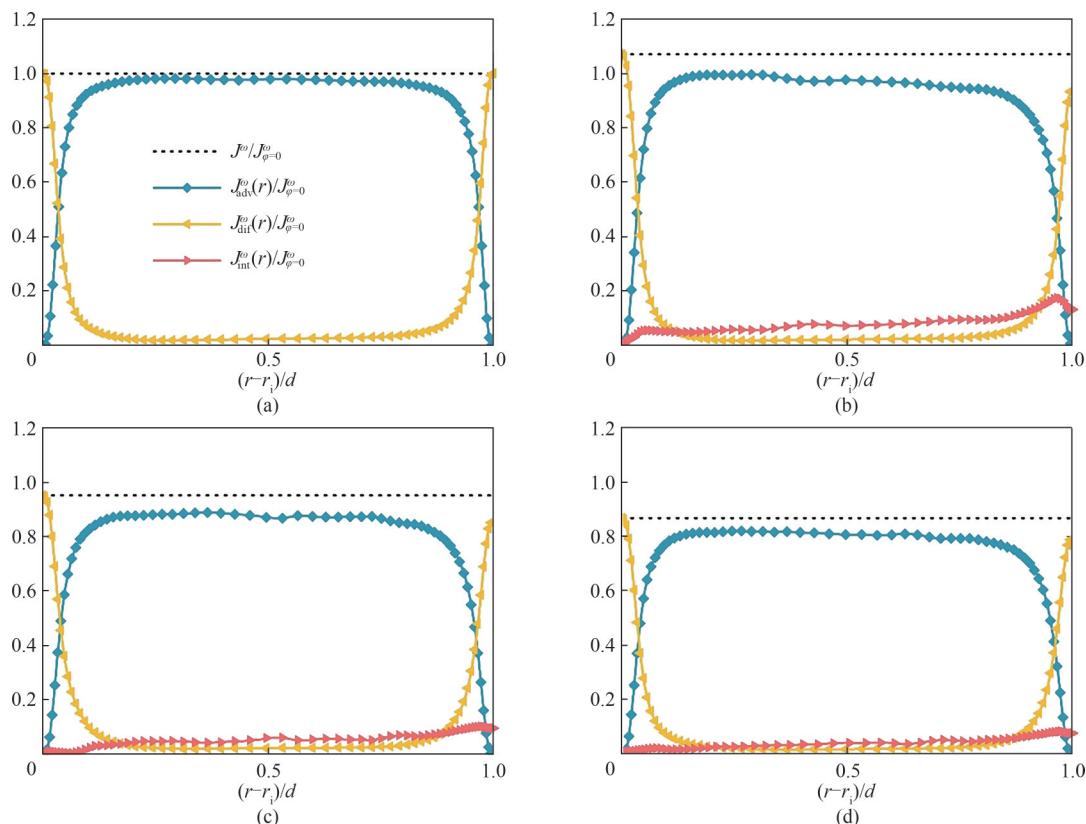


图3 角动量通量及其贡献项沿径向位置的分布:(a)单相情况;(b)离散相为中性液滴的两相情况;(c)离散相为轻液滴的两相情况;(d)离散相为低黏度轻液滴的两相情况

Fig.3 Distribution of the angular momentum flux and its contribution terms in the radial direction: (a) single-phase case; (b) two-phase case with neutrally buoyant droplets; (c) two-phase case with light droplets; (d) two-phase case with low-viscosity light droplets

$$u_{\theta}^i = u_{\theta} - \langle \rho u_{\theta} \rangle_{\theta,z} / \langle \rho \rangle_{\theta,z} \quad (12)$$

$$u_r^i = u_r - \langle \rho u_r \rangle_{\theta,z} / \langle \rho \rangle_{\theta,z} \quad (13)$$

$$u_{\theta}^T = \langle \rho u_{\theta} \rangle_{\theta,z} / \langle \rho \rangle_{\theta,z} - \langle \rho u_{\theta} \rangle / \langle \rho \rangle \quad (14)$$

$$u_r^T = \langle \rho u_r \rangle_{\theta,z} / \langle \rho \rangle_{\theta,z} - \langle \rho u_r \rangle / \langle \rho \rangle \quad (15)$$

式中,算子 $\langle \cdot \rangle_{\theta,z}$ 定义为对数据在方位角方向和时间维度上取均值;上角标t表示湍流,T表示泰勒涡。湍流引起的速度脉动与泰勒涡引起的速度脉动存在以下关系:

$$u_r'' = u_r^i + u_r^T \quad (16)$$

$$u_{\theta}'' = u_{\theta}^i + u_{\theta}^T \quad (17)$$

Favre平均后的雷诺应力可写作

$$\langle \rho u_r'' u_{\theta}'' \rangle = \langle \rho u_r u_{\theta} \rangle - \langle \rho u_r \rangle \langle \rho u_{\theta} \rangle / \langle \rho \rangle \quad (18)$$

湍流脉动引起的雷诺应力可写作

$$\langle \rho u_r^i u_{\theta}^i \rangle = \langle \rho u_r u_{\theta} \rangle - \left\langle \left\langle \rho u_r \right\rangle_{\theta,z} \left\langle \rho u_{\theta} \right\rangle_{\theta,z} / \left\langle \rho \right\rangle_{\theta,z} \right\rangle_z \quad (19)$$

式中,算子 $\langle \cdot \rangle_z$ 表示对变量沿轴向方向取均值。

泰勒涡引起的雷诺应力可写作:

$$\langle \rho u_r^T u_{\theta}^T \rangle = \left\langle \left\langle \rho u_r \right\rangle_{\theta,z} \left\langle \rho u_{\theta} \right\rangle_{\theta,z} / \left\langle \rho \right\rangle_{\theta,z} \right\rangle_z - \langle \rho u_r \rangle \langle \rho u_{\theta} \rangle / \langle \rho \rangle \quad (20)$$

结合式(18)~式(20), $\langle \rho u_r^i u_{\theta}^i \rangle$ 和 $\langle \rho u_r^T u_{\theta}^T \rangle$ 求和得到Favre平均后的雷诺应力,即

$$\langle \rho u_r'' u_{\theta}'' \rangle = \langle \rho u_r^i u_{\theta}^i \rangle + \langle \rho u_r^T u_{\theta}^T \rangle \quad (21)$$

这种对速度脉动分解的分析方法同样适用于计算其他方向的雷诺应力。同理,可以将角动量通量的对流贡献项 J_{adv}^{ω} 分解为3个不同的子项,即

$$J_{adv}^{\omega} = J_{adv,m}^{\omega} + J_{adv,t}^{\omega} + J_{adv,T}^{\omega} \quad (22)$$

式(22)等号右边分别对应平均场、湍流脉动和泰勒涡的贡献,表示为:

$$J_{adv,m}^{\omega} = r^2 \langle \rho \rangle \tilde{u}_r \tilde{u}_{\theta} \quad (23)$$

$$J_{adv,t}^{\omega} = r^2 \langle \rho u_r^i u_{\theta}^i \rangle \quad (24)$$

$$J_{adv,T}^{\omega} = r^2 \langle \rho u_r^T u_{\theta}^T \rangle \quad (25)$$

基于速度脉动分解方法,本研究得以定量分析离散相引起的湍流脉动和泰勒涡的变化。

2.3 离散液滴对角动量输运的影响

图4展示了对流贡献项的3个子项沿径向位置的分布。如图4(a)所示,平均场的贡献远低于单相湍流角动量通量 $J_{\phi=0}^{\omega}$ 的1%,因此几乎可以忽略不计^[34]。对于引入中性液滴的两相湍流($\xi_p = 1$,

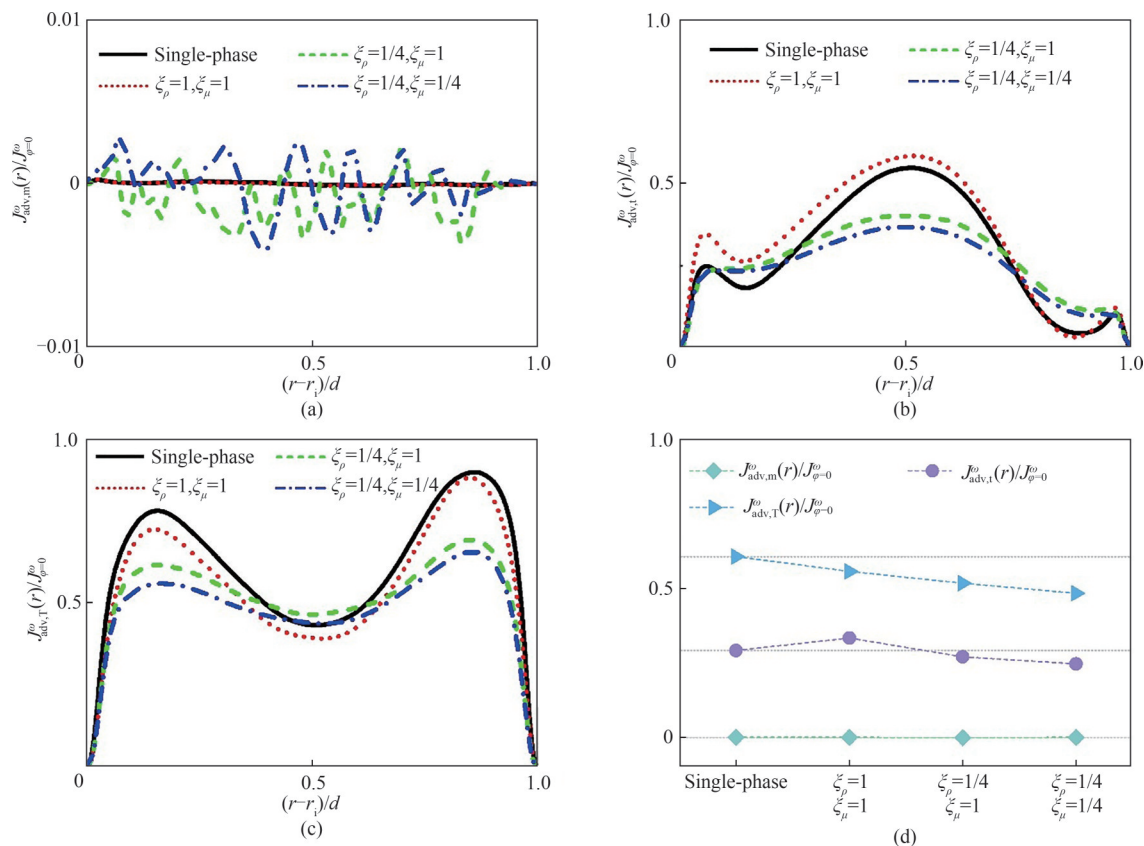


图4 (a)平均场、(b)湍流脉动和(c)泰勒涡的贡献沿径向位置的分布;(d)对流贡献项及其3个子项在径向上的平均(灰色虚线表示单相湍流情况下的均值;所有量均除以单相湍流情况下的角动量通量 $J_{\varphi=0}^{\omega}$)

Fig.4 The contributions from (a) the mean field, (b) the turbulence fluctuation, and (c) the Taylor vortex are shown as a function of the radial position; (d) The whole advection contribution and its three parts are averaged in the radial direction to characterize the corresponding total amount within the whole system (The gray dashed lines represent the averaged values for single-phase flow; All quantities are normalized by the conserved quantity $J_{\varphi=0}^{\omega}$)

$\xi_{\mu}=1$),与单相情况相比,湍流脉动的贡献在远离外圆柱的区域明显增大[图4(b)],而泰勒涡的贡献表现为整体的减小[图4(c)]。通过降低离散相密度($\xi_p=1/4, \xi_{\mu}=1$),湍流脉动的贡献表现出复杂的调制行为,在靠近内外圆柱的区域明显增大,而在远离内外圆柱的区域明显减小。相反,泰勒涡的贡献在靠近内外圆柱的区域出现大幅减小,而在远离内外圆柱的区域略有增大。虽然湍流脉动的贡献和泰勒涡的贡献沿径向位置表现出不同的调制行为,但通过将各项沿径向方向进行平均发现湍流脉动和泰勒涡的贡献总量都有所减小[图4(d)],且低于单相湍流情况。进一步降低离散相黏度($\xi_p=1/4, \xi_{\mu}=1/4$),发现湍流脉动和泰勒涡的贡献均表现为更显著的减小。这些结果表明,两相界面的存在可以增强湍流脉动的角动量输运能力,而降低离散相的密度则会削弱湍流脉动的角动量输运能力,进一步降低离散相的黏度则会更显著地削弱湍流脉动的角

动量输运能力。另一方面,两相界面的存在、离散相密度的降低以及离散相黏度的进一步降低都倾向于削弱泰勒涡的角动量输运能力。

2.4 离散液滴对流场统计特性的影响

通过分析离散液滴对角动量输运的影响,讨论了不同流体性质离散液滴对湍流脉动和泰勒涡的角动量输运能力的调制行为,离散液滴对湍流脉动和泰勒涡强度的影响还有待进一步的讨论。图5展示了湍流脉动的动能及其3个分量。对于引入中性液滴的两相湍流,与单相情况下进行对比,方位角分量 $\langle \rho u_{\theta}^i u_{\theta}^i \rangle$ 和轴向分量 $\langle \rho u_z^i u_z^i \rangle$ 在靠近内外圆柱的区域都表现出明显的增大,而在远离内外圆柱的区域则表现为明显的减小。相反,径向分量 $\langle \rho u_r^i u_r^i \rangle$ 在内外圆柱附近区域的变化几乎可以忽略不计,在远离内外圆柱的区域有所增大。作为这3个分量的总和,湍流脉动的动能 k' 在靠近内外圆柱的区域增大,而在远离内外圆柱的区域减小,其变化与方位角分

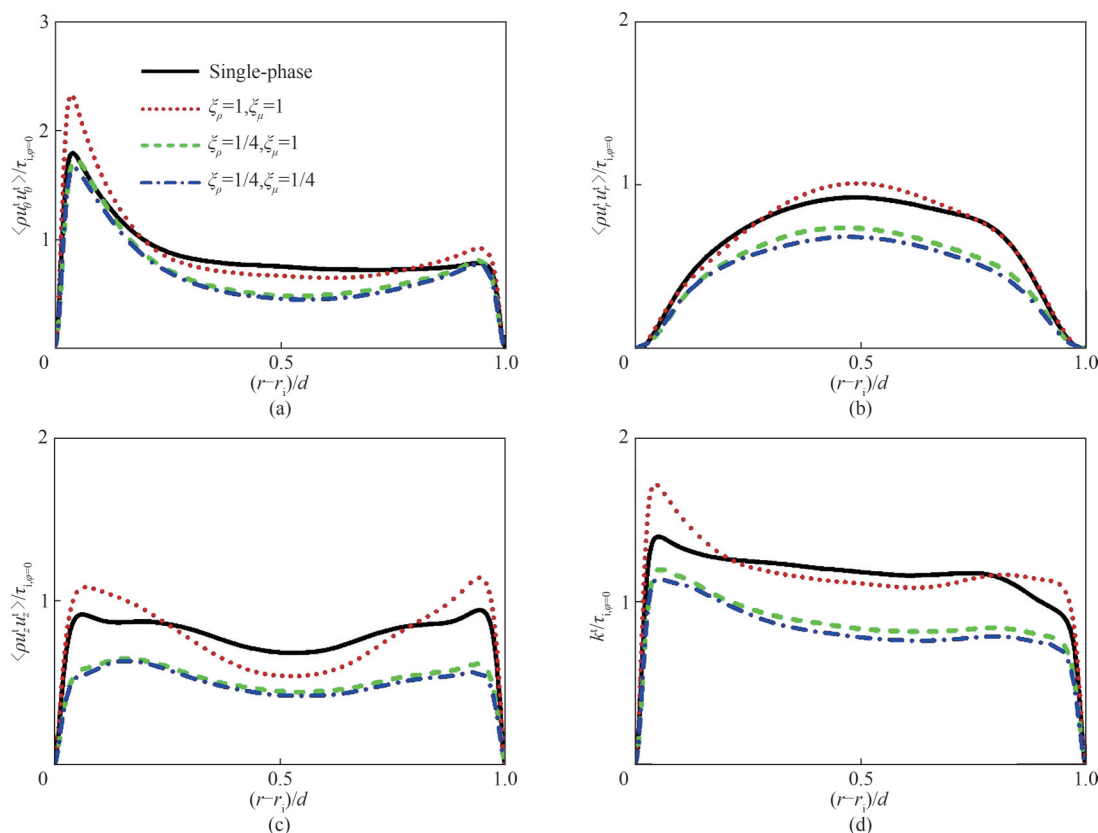


图5 (a) $\langle \rho u_\theta^2 u_\theta^2 \rangle$ 、(b) $\langle \rho u_r^2 u_r^2 \rangle$ 、(c) $\langle \rho u_z^2 u_z^2 \rangle$ 、(d) 湍流脉动的动能 $k^i = 0.5 \langle \rho u_\theta^2 u_\theta^2 + \rho u_r^2 u_r^2 + \rho u_z^2 u_z^2 \rangle$ 沿径向位置的变化(所有量均除以单相湍流下内圆柱上的剪切应力 $\tau_{i,\varphi=0}$ 进行无量纲化)

Fig.5 (a) $\langle \rho u_\theta^2 u_\theta^2 \rangle$, (b) $\langle \rho u_r^2 u_r^2 \rangle$, (c) $\langle \rho u_z^2 u_z^2 \rangle$ and (d) the kinetic energy of turbulence fluctuation $k^i = 0.5 \langle \rho u_\theta^2 u_\theta^2 + \rho u_r^2 u_r^2 + \rho u_z^2 u_z^2 \rangle$ with radial position (The quantities are non-dimensionalized by the shear stress $\tau_{i,\varphi=0}$ in single-phase flow)

量和轴向分量的变化相一致。通过降低离散相密度,湍流脉动的动能及其3个分量表现为整体减小。进一步降低离散相黏度,湍流脉动的动能及其3个分量表现为更显著地减小。这些结果表明,两相界面的存在可以增大内外圆柱附近湍流脉动的动能,而减小远离内外圆柱区域湍流脉动的动能。该调制行为主要源于两相界面对方位角方向和轴向方向湍流脉动的影响。降低离散相的密度则会使湍流脉动的动能明显减小,该调制行为源于降低离散相的密度同时削弱了3个方向上的湍流脉动。进一步降低离散相的黏度则会更显著地削弱3个方向上的湍流脉动,进而引起其动能更显著地减小。

图6展示了泰勒涡动能及其3个分量沿径向位置的变化。通过观察发现,与单相湍流情况相比,两相界面的存在、离散相密度的降低以及离散相黏度的进一步降低都倾向于削弱泰勒涡引起的速度脉动,进而引起泰勒涡动能的减小。具体来说,对于引入中性液滴的两相湍流,与单相情况下相比,泰勒涡动能及其3个分量表现为整体减小。通过降低离散

相密度,泰勒涡的动能及其3个分量进一步整体减小。进一步降低离散相的黏度则会再次使泰勒涡的动能及其3个分量减小。因此,在本文的研究参数范围内,离散相的存在始终倾向于削弱泰勒涡。

3 结 论

本文对泰勒-库埃特系统中的液液两相湍流进行了三维直接数值模拟,重点研究了不同流体性质的离散液滴对二次流动结构和湍流统计特性的影响。通过引入 Favre 平均方法和速度脉动分解方法,将速度脉动分解以表征湍流脉动和泰勒涡,系统分析了不同流体性质的离散液滴对湍流脉动和泰勒涡的调制作用。

研究结果表明,离散液滴的存在对湍流脉动和泰勒涡具有显著的调制作用。通过分析离散液滴对湍流角动量输运能力的影响发现两相界面的存在可以增强湍流脉动的角动量输运能力,而离散相密度的降低以及离散相黏度的进一步降低都倾向

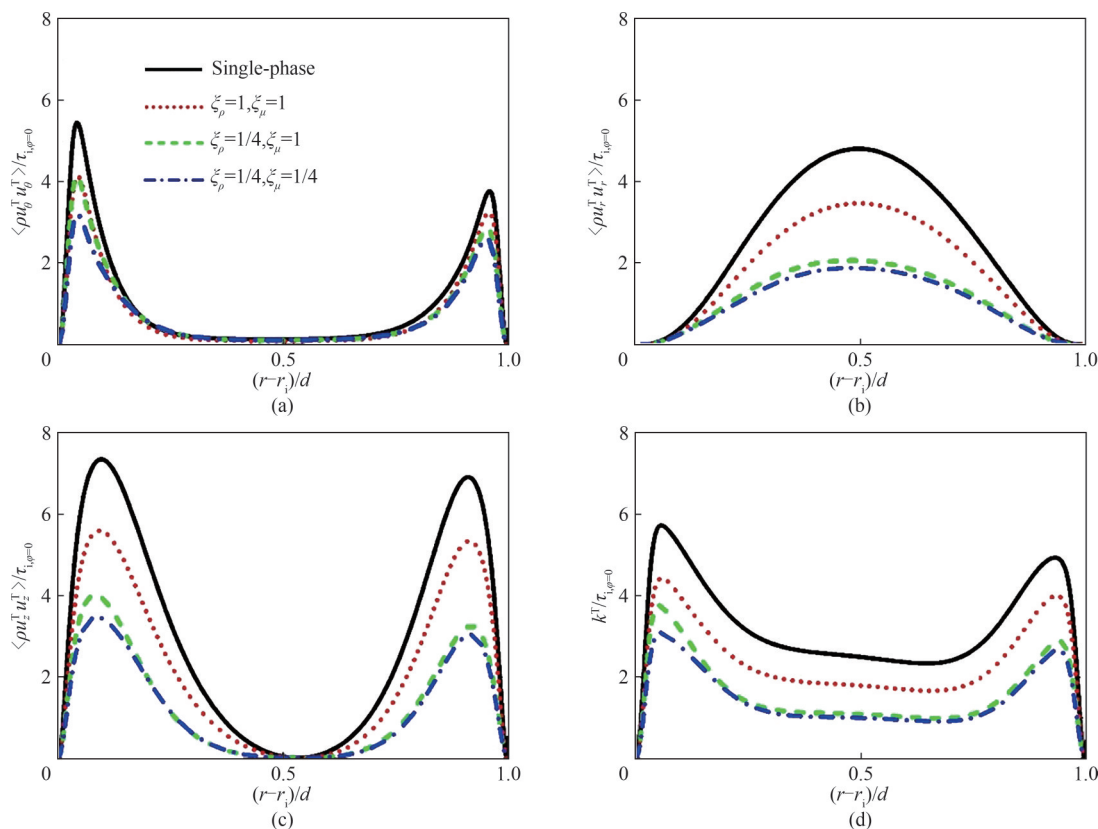


图6 (a) $\langle \rho u_\theta^T u_\theta^T \rangle$ 、(b) $\langle \rho u_r^T u_r^T \rangle$ 、(c) $\langle \rho u_z^T u_z^T \rangle$ 、(d)泰勒涡的动能 $k^T = 0.5 \langle \rho u_\theta^T u_\theta^T + \rho u_r^T u_r^T + \rho u_z^T u_z^T \rangle$ 沿径向位置的变化(所有量均除以单相流中内圆柱壁面剪切应力 $\tau_{i,\varphi=0}$ 进行无量纲化)

Fig.6 (a) $\langle \rho u_\theta^T u_\theta^T \rangle$ 、(b) $\langle \rho u_r^T u_r^T \rangle$ 、(c) $\langle \rho u_z^T u_z^T \rangle$ and (d) the kinetic energy of Taylor vortex $k^T = 0.5 \langle \rho u_\theta^T u_\theta^T + \rho u_r^T u_r^T + \rho u_z^T u_z^T \rangle$ with radial position (The quantities are non-dimensionalized by the shear stress $\tau_{i,\varphi=0}$ at the inner cylinder in single-phase flow)

于削弱湍流脉动的角动量输运能力。另一方面,两相界面的存在、离散相密度的降低以及离散相黏度的进一步降低都倾向于削弱泰勒涡的角动量输运能力。两相界面的存在会引起内外圆柱附近湍流脉动的动能增大而远离内外圆柱区域湍流脉动的动能减小,离散相密度的降低以及离散相黏度的进一步降低则会导致湍流脉动的动能整体减小。另外,在本文的研究参数范围内,离散相的存在始终倾向于使泰勒涡动能降低。综上所述,降低离散相密度和黏度有助于减弱角动量输运和降低壁面阻力,因此更适用于以降低运行阻力和节约能耗为主要目标的应用场景(如旋转设备的高效运行),而在以强化混合、增强传质或提高湍流扰动强度为目标的应用中并不占优势。相关结论可为化工设备的优化设计与能效提升提供理论依据。

参考文献

[1] Spernath A, Aserin A. Microemulsions as carriers for drugs and nutraceuticals[J]. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2006, **128**: 47–64.

[2] Wang L J, Li X F, Zhang G Y, et al. Oil-in-water nanoemulsions for pesticide formulations[J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2007, **314**(1): 230–235.

[3] McClements D J. Critical review of techniques and methodologies for characterization of emulsion stability[J]. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*, 2007, **47**(7): 611–649.

[4] Kilpatrick P K. Water-in-crude oil emulsion stabilization: review and unanswered questions[J]. *Energy & Fuels*, 2012, **26**(7): 4017–4026.

[5] Lemenand T, Della Valle D, Dupont P, et al. Turbulent spectrum model for drop-breakup mechanisms in an inhomogeneous turbulent flow[J]. *Chemical Engineering Science*, 2017, **158**: 41–49.

[6] Olad P, Innings F, Cialesi-Esposito M, et al. Comparison of turbulent drop breakup in an emulsification device and homogeneous isotropic turbulence: insights from numerical experiments[J]. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 2023, **657**: 130569.

[7] Ni R. Deformation and breakup of bubbles and drops in turbulence [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2024, **56**: 319–347.

[8] Kavehpour H P. Coalescence of drops[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2015, **47**: 245–268.

[9] Kamp J, Villwock J, Kraume M. Drop coalescence in technical liquid/liquid applications: a review on experimental techniques and modeling approaches[J]. *Reviews in Chemical Engineering*, 2017, **33**(1): 1–47.

[10] Håkansson A, Cialesi-Esposito M, Nilsson L, et al. A criterion

- for when an emulsion drop undergoing turbulent deformation has reached a critically deformed state[J]. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 2022, **648**: 129213.
- [11] Rosti M E, De Vita F, Brandt L. Numerical simulations of emulsions in shear flows[J]. *Acta Mechanica*, 2019, **230**(2): 667–682.
- [12] Rallison J. The deformation of small viscous drops and bubbles in shear flows[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1984, **16**: 45–66.
- [13] Lohse D. Bubble puzzles: from fundamentals to applications[J]. *Physical Review Fluids*, 2018, **3**(11): 110504.
- [14] Balachandar S, Eaton J K. Turbulent dispersed multiphase flow[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2010, **42**: 111–133.
- [15] Yi L, Toschi F, Sun C. Global and local statistics in turbulent emulsions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2021, **912**: A13.
- [16] Yi L, Wang C, van Vuren T, et al. Physical mechanisms for droplet size and effective viscosity asymmetries in turbulent emulsions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, **951**: A39.
- [17] Boxall J A, Koh C A, Sloan E D, et al. Droplet size scaling of water-in-oil emulsions under turbulent flow[J]. *Langmuir*, 2012, **28**(1): 104–110.
- [18] Yi L, Giroto I, Toschi F, et al. Divergence of critical fluctuations on approaching catastrophic phase inversion in turbulent emulsions[J]. *Physical Review Letters*, 2024, **133**(13): 134001.
- [19] Yi L, Wang C, Huisman S G, et al. Recent developments of turbulent emulsions in Taylor–Couette flow[J]. *Philosophical Transactions. Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences*, 2023, **381**(2243): 20220129.
- [20] Wang C, Yi L, Jiang L F, et al. Turbulence drag modulation by dispersed droplets in Taylor–Couette flow: the effects of the dispersed phase viscosity[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, **952**: A39.
- [21] Bakhuis D, Ezeta R, Bullee P A, et al. Catastrophic phase inversion in high-Reynolds-number turbulent Taylor–Couette flow[J]. *Physical Review Letters*, 2021, **126**(6): 064501.
- [22] Fan Y N, Zhang Y B, Su J H, et al. Experimental study of velocity statistics in wall-bounded turbulent emulsions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2025, **1011**: A14.
- [23] Lu J C, Fernández A, Tryggvason G. The effect of bubbles on the wall drag in a turbulent channel flow[J]. *Physics of Fluids*, 2005, **17**(9): 095102.
- [24] Iwasaki T, Nishimura K, Tanaka M, et al. Direct numerical simulation of turbulent Couette flow with immiscible droplets[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2001, **22**(3): 332–342.
- [25] Dodd M S, Ferrante A. On the interaction of Taylor length scale size droplets and isotropic turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, **806**: 356–412.
- [26] Lai J, Chen T, Zhang S Q, et al. A systematic study of a droplet breakup process in decaying homogeneous isotropic turbulence using a mesoscopic simulation approach[J]. *Journal of Turbulence*, 2022, **23**(11/12): 567–614.
- [27] Shao C X, Luo K, Yang Y, et al. Direct numerical simulation of droplet breakup in homogeneous isotropic turbulence: the effect of the Weber number[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2018, **107**: 263–274.
- [28] Mukherjee S, Safdari A, Shardt O, et al. Droplet–turbulence interactions and quasi-equilibrium dynamics in turbulent emulsions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, **878**: 221–276.
- [29] Crialesi-Esposito M, Rosti M E, Chibbaro S, et al. Modulation of homogeneous and isotropic turbulence in emulsions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, **940**: A19.
- [30] Farsoiya P K, Liu Z H, Daiss A, et al. Role of viscosity in turbulent drop break-up[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2023, **972**: A11.
- [31] Rosti M E, Ge Z Y, Jain S S, et al. Droplets in homogeneous shear turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, **876**: 962–984.
- [32] Su J H, Yi L, Zhao B D, et al. Numerical study on the mechanism of drag modulation by dispersed drops in two-phase Taylor–Couette turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2024, **984**: R3.
- [33] Su J H, Zhang Y B, Wang C, et al. How interfacial tension enhances drag in turbulent Taylor–Couette flow with neutrally buoyant and equally viscous droplets[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2025, **1002**: A2.
- [34] Su J H, Wang C, Zhang Y B, et al. Turbulence modulation in liquid–liquid two-phase Taylor–Couette turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2024, **999**: A98.
- [35] Brackbill J U, Kothe D B, Zemach C. A continuum method for modeling surface tension[J]. *Journal of Computational Physics*, 1992, **100**(2): 335–354.
- [36] Weller H G. A new approach to VOF-based interface capturing methods for incompressible and compressible flow[R]. OpenCFD Ltd., 2008.
- [37] Brauckmann H J, Eckhardt B. Direct numerical simulations of local and global torque in Taylor–Couette flow up to $Re=30000$ [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, **718**: 398–427.
- [38] Spandan V, Verzicco R, Lohse D. Physical mechanisms governing drag reduction in turbulent Taylor–Couette flow with finite-size deformable bubbles[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, **849**: R3.
- [39] Assen M P A, Ng C S, Will J B, et al. Strong alignment of prolate ellipsoids in Taylor–Couette flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, **935**: A7.
- [40] Eckhardt B, Grossmann S, Lohse D. Torque scaling in turbulent Taylor–Couette flow between independently rotating cylinders[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, **581**: 221–250.
- [41] Holzmann T. *Mathematics, Numerics, Derivations and OpenFOAM* [M]. Leoben: Holzmann CFD, 2016: 91–112.
- [42] Chen S T, Zhao W W, Wan D C. Turbulent structures and characteristics of flows past a vertical surface-piercing finite circular cylinder[J]. *Physics of Fluids*, 2022, **34**: 015115.
- [43] Gamet L, Scala M, Roenby J, et al. Validation of volume-of-fluid OpenFOAM® isoAdvector solvers using single bubble benchmarks [J]. *Computers & Fluids*, 2020, **213**: 104722.
- [44] Picano F, Breugem W P, Brandt L. Turbulent channel flow of dense suspensions of neutrally buoyant spheres[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, **764**: 463–487.
- [45] Wang G Q, Abbas M, Climent E. Modulation of large-scale structures by neutrally buoyant and inertial finite-size particles in turbulent Couette flow[J]. *Physical Review Fluids*, 2017, **2**(8): 084302.
- [46] Bilson M, Bremhorst K. Direct numerical simulation of turbulent Taylor–Couette flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, **579**: 227–270.
- [47] Lin F H, Song J X, Liu N S, et al. Maximum drag enhancement asymptote in turbulent Taylor–Couette flow of dilute polymeric solutions[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2024, **323**: 105172.