研究论文

DOI：10.11949/0438-1157.20251162

基于液桥力作用的微米级颗粒斜向撞击平板反弹特性研究

李雪[1]，郑爽[1]，李楠[2]，张睿敏[1]，肖永康[1]，付嘉宝[2]

（[1]武汉工程大学光电信息与能源工程学院，湖北 武汉 430205；[2]中冶南方（武汉）热工有限公司，湖北 武汉 430205）

摘要： 颗粒沉积广泛应用于湿法造粒、流化床包衣以及工业除尘中，明确颗粒撞击过程中的黏附机制是准确预测颗粒反弹行为的关键。然而，目前对潮湿环境下微米级颗粒和表面之间碰撞的动力学行为尚未完全明确。本研究通过实验与理论相结合的方法，系统研究了微米级SiO_2颗粒与不锈钢表面在潮湿条件下斜向撞击后的反弹行为；并构建了潮湿环境下微米级颗粒与平板碰撞的动力学模型，得到碰撞过程中颗粒动态变化过程。结果表明当入射角度从0度增加至80度时，法向恢复系数在0.35-0.5范围内波动，而切向恢复系数随入射角增加呈现先减小后增大的变化趋势。通过改进后的EA模型模拟了颗粒的撞击参数，发现随着入射速度增加以及入射角度减小，法向接触位移增大，接触时间缩短；切向位移随相对湿度（*RH*）的增加而减少，液桥力阻碍相对运动；随着相对湿度的增加，法向和切向接触力增大，碰撞速度减小；通过实验结果对比，发现其能准确预测颗粒的反弹行为，并且与实验结果吻合较好。

关键词： 增湿；微尺度；动力学模型；斜向撞击；恢复系数

中图分类号： TQ 534.9　　**文献标志码：** A

文章编号： 0438-1157（XXXX）XX-0001-11

Rebound characteristics of micros-particle oblique impact with planar surfaces based on liquid bridge force

LI Xue[1], ZHENG Shuang[1], LI Nan[2], ZHANG Ruimin[1], XIAO Yongkang[1], FU Jiabao[2]

([1]*School of Optical and Energy Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan* 430205, *Hubei, China*; [2] *WISDRI (Wuhan) Thermal Engineering Co., Ltd, Wuhan* 430205, *Hubei, China*)

Abstract: Particle deposition is widely used in wet granulation, fluidized bed coating, and dust removal. Clarifying the adhesion mechanism during particle impact is the key to accurately predicting particle rebound behavior. However, the dynamic behavior of micro-particle impacts with flat surface at different humid conditions are not fully understood. In this study, the rebound behavior of micron-scale SiO_2 particles and stainless-steel surfaces after oblique impact under wet conditions was analyzed by combining experimental and theoretical methods. The dynamic model of the collision between micro-particle and flat surface in a humid environment is developed, and the dynamic change process of particles during the collision process is studied. The results show that the normal restitution coefficient fluctuates in the range of 0.35-0.5 when the incident angle increased from 0° to 80°. The tangential restitution coefficient decreases first and then increases with the increase of the angle of incidence. The impact parameters of particles are simulated using the improved EA model. With the increase of incident velocity

收稿日期： 2025-10-19　　**修回日期：** 2025-11-27

通信作者： 李雪(1990—),女,博士,讲师,21040801@wit.edu.cn

第一作者： 李雪(1990—),女,博士,讲师,21040801@wit.edu.cn

基金项目： 武汉工程大学研究生教育创新基金项目(CX2024073);武汉工程大学本科教学研究项目(X2024032)

引用本文： 李雪, 郑爽, 李楠, 张睿敏, 肖永康, 付嘉宝. 基于液桥力作用的微米级颗粒斜向撞击平板反弹特性研究[J]. 化工学报, DOI: 10.11949/0438-1157.20251162

Citation: LI Xue, ZHENG Shuang, LI Nan, ZHANG Ruimin, XIAO Yongkang, FU Jiabao. Rebound characteristics of micros-particle oblique impact with planar surfaces based on liquid bridge force[J]. CIESC Journal, DOI: 10.11949/0438-1157.20251162

and the decrease of incident angle, the normal contact displacement increases and the contact time decrease. Tangential displacement decreases with increasing relative humidity (*RH*). The liquid bridge force hinders relative motion. With the increase of relative humidity, the normal and tangential contact forces increase, and the velocities decrease. The results show that the improved EA model could accurately predict the rebound behavior of particles, which is in good agreement with the experimental results.

Keywords: humidification; microscale; kinetic modeling; oblique impact; restitution coefficient

引 言

颗粒沉积现象在化工、食品、医药、生物等领域得到了广泛应用[1-3]。颗粒与颗粒或壁面发生碰撞时，入射速度[4]、入射角度[5]、颗粒和碰撞表面的物性[6]、相对湿度(*RH*)[7]等因素都会影响颗粒的反弹行为。但目前关于湿颗粒的研究大多关注毫米级或者更大尺寸的颗粒，当粒径减小到微米级时，其受力机制发生改变，不同尺度湿颗粒碰撞黏附情况差异明显。因此研究基于液桥力作用下的微米级颗粒碰撞过程中的黏附机制，特别是对碰撞行为的定量分析，对于解决这些科学问题至关重要。

颗粒碰撞研究主要采用两种方法：实验测量和理论建模。实验测量为研究动态碰撞期间的颗粒动力学提供了重要依据。Xie 等[8]系统地研究了干燥环境下不同入射角度和速度时SiO_2颗粒撞击不锈钢平板表面，研究发现即使法向速度分量低于临界捕集速度时，颗粒反弹仍然存在，而且随着入射角的增加，法向恢复系数在0.4-0.5范围内波动，切向恢复系数呈现先减小后增大的变化规律。Hu 等[9]研究了煤灰颗粒在除尘器尾部烟道环境中的斜碰撞过程，当入射角度从5度增加到75度时，切向恢复系数始终大于法向恢复系数，法向恢复系数逐渐减小并趋于稳定。然而在实际应用过程中，有液膜存在或处于潮湿环境下的情况更为普遍，有很多学者也进行了这方面的研究。Barnocky 等[10]最先研究了在覆盖黏性流体的光滑石英表面上小球的反弹条件。Davis[11]、CrügerB[12]、GollwitzerF[13]、MüllerT[14]等学者又针对毫米级大颗粒碰撞涂有水膜或硅油膜的平面进行了大量实验研究，发现湿恢复系数随着液体黏度和液膜厚度的增加而降低。当接触表面存在液膜时，Lin 等[15]研究了碳钢球与液层为甘油水溶液的铝板的碰撞，得到不同碰撞角度下的液桥对颗粒偏转角差的影响先增大后减小，且碰撞角度对颗粒的能量影响很大。本人[16]揭示了潮湿环境中法向恢复系数和相对湿度之间的负相关关系，这是由于接触表面间形成的液桥增加了黏附能损失。Ma 等[17]将研究扩展至切向碰撞，并比较了法向和切向碰撞恢复系数以及液桥破裂时间的差异性。

颗粒碰撞的理论模型主要建立在 Hertz 理论[18]之上，为静态接触理论(Hertz[18]，JKR[19]，DMT[20])的后续发展为动态碰撞建模奠定了关键基础。颗粒动力学研究颗粒的运动、受力及二者的相互作用，控制方程为牛顿第二定律。Brach 和 Dunn[21]基于 Hertz 理论，引入斥力阻尼和引力阻尼作为能量耗散机制，结合牛顿运动方程建立了弹性力和黏附力共同作用时碰撞过程的动态模型。Li 等[5]基于此模型研究了颗粒的斜向碰撞碰撞过程的影响；Cheng 等[22]在 BD 模型的基础上将二维模型发展为更通用的三维模型，证明了初始旋转速度和接触摩擦对颗粒碰撞有显著影响。Liu 等[23]基于 JKR 理论，引入固体黏弹性的能量耗散和不可逆的准静态黏附过程，成功量化了微米颗粒低速撞击平面的能量耗散过程。该模型适用于微米级颗粒、低速、高表面能材料的碰撞情况。Xie 等人[24]基于 JKR 接触模型，在考虑黏附作用和塑性变形能量耗散机制的情况下结合牛顿运动定律建立了颗粒与平板弹塑性碰撞过程的动力学理论模型。Dong 等[25]基于 BD 静态接触理论，将引力阻尼和斥力阻尼的能量耗散视为整体，建立了煤灰颗粒与不锈钢表面法向碰撞的动态模型。在此基础上，Dong 等[26]考虑潮湿环境下颗粒碰撞模型，预测颗粒法向撞击后的反弹行为。本人[27]基于颗粒碰撞动力学模型，得到了潮湿环境尼系数、临界捕集速度和接触时间的变化规律。Kim 和 Dunn[28]基于微球与平面接触时的运动控制方程，提出考虑了具有黏附力的弹性冲击 EA 模型以及进一步考虑塑性效应的 EAP 模型。精准量化了微米颗粒低速撞击中的弹性形变与黏附耗散效应，且实验验证精度高。Xie 等[8]基于 EA[28]模型研究干燥环境下颗粒的反弹特性，通过对比分析得到 BD 模型在法向/低角度预测中的有效性，而 EA 模型在高入射角下的准确性更高。然而，对于潮湿环境下颗粒与表面斜

向撞击过程的定量分析和动力学行为鲜有研究。

为揭示潮湿环境下微米级颗粒碰撞的行为演化过程，本研究结合实验和理论方法，系统地研究了微米级SiO_2颗粒与不锈钢表面在潮湿环境下的斜向撞击行为，阐明了不同条件下恢复系数的变化规律。在EA模型的基础上，通过将毛细力和黏性力加入黏附作用机制提出考虑环境湿度的改进EA模型，得到阻尼系数、接触持续时间、法向和切向位移和相互作用力等参数的变化规律。

1 实验系统

图1为SiO_2颗粒与不锈钢平台板碰撞实验系统。主要包括推动气源、连接管路、颗粒发生器、质量流量计、光源、碰撞平台、高速摄像机和电脑。在实验过程中，先将颗粒放入颗粒注射器中，然后打开氮气气源调节流量，同时打开质量流量计调节湿度，使用高精度湿度计测量靠近碰撞表面的温湿度，在连续5分钟内，温度波动范围不超过±0.5℃，湿度波动范围不超过的±5%相对湿度时，缓慢推动颗粒注射器，使颗粒随氮气流动至碰撞区域与平台发生碰撞。碰撞过程由FASTCAMNovaS9一体式高速摄像机记录。分辨率为256×256，帧速为80000fps，目镜放大倍率为10倍。通过调节平台倾斜角度得到颗粒入射角度在0°~80°范围变化。角度的测量可以通过高速数字摄像机自带的后处理软件Phantom中的Measurement菜单中的Angle-3points功能实现。

实验中的SiO_2颗粒颗粒密度为2650kg/m^3，杨氏模量为75GPa，泊松比为0.16，粒径范围为15±1μm。不锈钢平台直径为2mm，碰撞平台的表面粗糙度为RMS 7.5nm，剪切弹性模量和泊松比分别为80GPa和0.29。

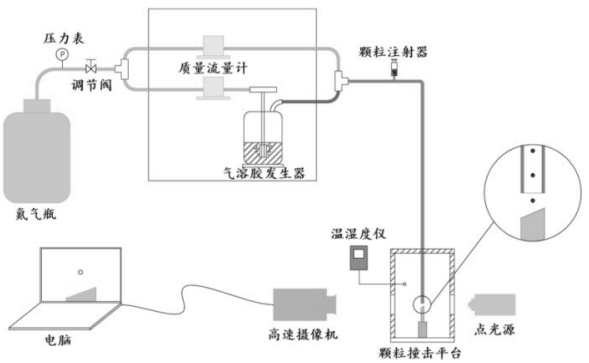


图1 颗粒与平板表面斜向碰撞实验系统

Fig. 1 Schematic of the oblique impact experimental system

2 理论分析

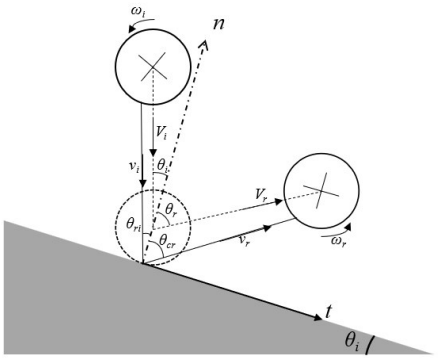


图2 斜颗粒板碰撞动力学示意图

注:Fig. 2 Schematic diagram of oblique collision dynamics

颗粒与平板的斜向碰撞过程如图2所示。其中，V_i和V_n是球心的速度，而v_i和v_n是接触点的速度。假设一个颗粒以入射角θ_i角速度ω_i撞击表面，碰撞后，颗粒以反弹角θ_r角速度ω_r反弹。本文定义总恢复系数$e=V_r/V_i$、法向恢复系数$e_n=V_{nr}/V_{ni}$和切向恢复系数$e_t=V_{tr}/V_{ti}$，其中下标n和t分别表示法向和切向。

2.1 动态模型

颗粒-平板间的斜向撞击过程通过颗粒动力学模型描述，颗粒碰撞过程中的能量损失情况主要归因于力-位移接触和阻尼耗散。颗粒碰撞动力学模型如下所示：

$$m\frac{d^2\delta}{dt^2}+\eta\frac{d\delta}{dt}+P=0 \tag{1}$$

其中m是颗粒质量，δ是接触位移，η是阻尼系数，P是碰撞过程中的合力。阻尼系数与颗粒的物性有关，不能直接通过实验获得。

基于Brach和Dunn[21]提出的静态接触理论，Kim和Dunn[28]通过对碰撞过程中的能量守恒方程进行代数近似，提出了弹性-黏附(EA)模型。法向恢复系数的显式表达式可以得到：

$$e_n=\sqrt{1-\psi_A\left(1+C_AV_n\right)-\psi_HC_H} \tag{2}$$

$$\psi_A=2C_Rf_0\left(\frac{4}{3\pi}\right)\left(\frac{5}{4K}\right)^{3/5}\left(\frac{R}{m^2}\right)^{1/5}V_n^{-4/5} \tag{3}$$

$$\psi_H=\left(\frac{2}{3}\right)^{5/2}\frac{2Ka_m^5}{mR^2}V_n^{-1} \tag{4}$$

$$a_m=\left(\frac{5R^2mV_n^2}{4K}\right)^{1/5} \tag{5}$$

其中，R是颗粒半径；C_H是斥力阻尼系数；C_A是引力阻尼系数；C_R是表面粗糙度因子；$f_0=(9KRw_A^2)^{1/3}$是单位长度的黏附力；$K=4/3\pi(k_1+k_2)$是赫兹刚度；$w_A=\gamma_1+\gamma_2-\gamma_{12}$；$k_i=1-\upsilon_i^2/(\pi E_i)$，$\gamma_i$是物体的表面自由能，$\gamma_{12}$

$=\gamma_1+\gamma_2-2\Phi_{12}(\gamma_1\gamma_2)^{1/2}$，$\Phi_{12}\approx1$，$E_i$是杨氏模量，$\upsilon_i$是泊松比。

直径为15μm的二氧化硅颗粒的主要沉积机制是惯性碰撞[29]。本文基于两个关键假设：(1)与颗粒大小相比，颗粒对碰撞表面的变形可以忽略不计，(2)颗粒与碰撞表面之间的黏附力不容忽视。颗粒–平板间碰撞过程中，公式(2)以写成：

$$1-e_n^2=0.027795V_n^{-4/5}+0.027795C_AV_n^{1/5}+0.907218C_HV_n \quad (6)$$

根据式(1)并考虑通过式(6)结合实验数据求出的双阻尼系数对法向和切向进行展开，得到单颗粒碰撞过程的动力学方程如下[8]：

$$m^*\ddot{x}=-\sqrt{r}\,Kx^{3/2}\left(1+C_H\dot{x}\right)+2\pi af_0\left(1-C_A\dot{x}\right) \quad (7)$$

$$m\ddot{y}=F_y(\tau)=\begin{cases}\mu_f\left(-\sqrt{r}\,Kx^{3/2}\left(1+C_H\dot{x}\right)+2\pi af_0\left(1-C_A\dot{x}\right)\right), if\cdot\ \dot{y}-R\dot{\Omega}\neq0\\ 0, if\cdot\ \dot{y}-R\dot{\Omega}=0\end{cases} \quad (8)$$

$$mk^2\ddot{\Omega}=RF_y(\tau) \quad (9)$$

其中，x是法向位移，y是切向位移，μ_f是动摩擦系数，k是球体回转的质心半径，$\dot{\Omega}=\omega$是角速度，并且$a=\sqrt{Rx}$。

2.2　液桥力

在潮湿环境下，由于毛细凝结作用，接触表面间形成液桥，表现为液桥力。液桥力主要由毛细力和黏性力组成，表达式如下[30-31]：

$$F_l=F_{l,c}+F_{l,v} \quad (10)$$

$$F_{l,c}=2\pi R\gamma\left(2c-\frac{D}{r'}\right) \quad (11)$$

$$c=\frac{\cos\theta_1+\cos\theta_2}{2} \quad (12)$$

其中，γ是表面张力，水的取值为7.275×10^{-2} N/m，r'是液桥的曲率半径，D是分离距离，θ_1和θ_2分别为液桥与颗粒、平板间的接触角。

$$F_{l,v}=F_{l,vn}+F_{l,vt} \quad (13)$$

$$F_{l,vn}=6\pi\mu R^2\frac{V_{rn}}{D} \quad (14)$$

$$F_{l,vt}=6\pi\mu R\left(\frac{8}{15}\ln\left(\frac{R}{D}\right)+0.9588\right)\left(V_{rt}+\omega R\right) \quad (15)$$

其中，μ是液体黏度，V_{rn}和V_{rt}是法向和切向反弹速度。

潮湿环境下，考虑液桥力的作用时，公式(7)–(9)可以写成：

$$m\ddot{x}=\left(-\sqrt{r}\,Kx^{3/2}+2\pi R\gamma\left(2c-\frac{D}{r'}\right)+6\pi\mu R^2\frac{V_{rn}}{D}\right)\left(1+C_H\dot{x}\right)+2\pi af_0\left(1-C_A\dot{x}\right) \quad (16)$$

$$m\ddot{y}=F_y(\tau)=\begin{cases}\mu_f\left(\left(-\sqrt{r}\,Kx^{3/2}+2\pi R\gamma\left(2c-\frac{D}{r'}\right)+6\pi\mu R^2\frac{V_{rn}}{D}\right)\left(1+C_H\dot{x}\right)+2\pi af_0\left(1-C_A\dot{x}\right)\right)\\ -6\pi\mu R\left(\frac{8}{15}\ln\left(\frac{R}{D}\right)+0.9588\right)\left(V_{rt}+\omega R\right), if\cdot\ \dot{y}-R\dot{\Omega}\neq0;\\ 0, if\cdot\ \dot{y}-R\dot{\Omega}=0\end{cases} \quad (17)$$

$$mk^2\ddot{\Omega}=RF_y(\tau) \quad (18)$$

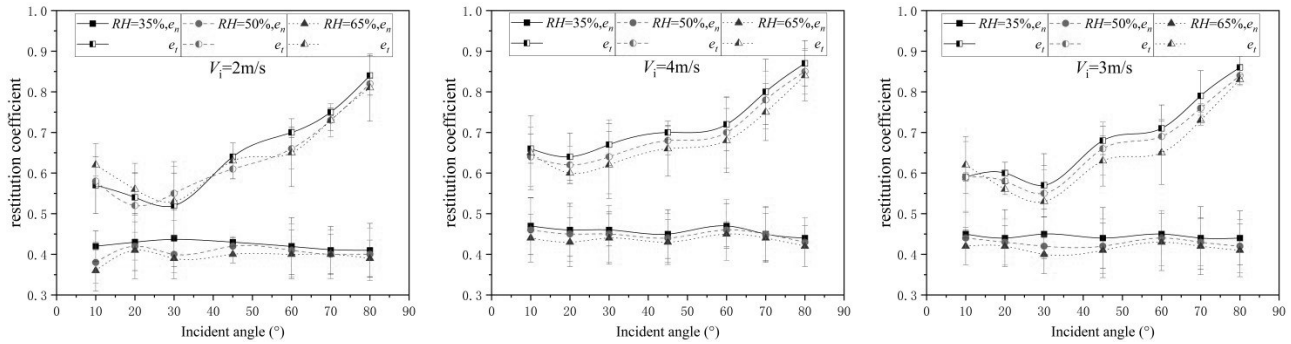
3　结果分析

3.1　颗粒的反弹特性

3.1.1　潮湿环境下入射角度对恢复系数的影响　相对湿度(*RH*)在35%、50%和65%时，e_n和e_t随随入射角度的变化规律如图3所示。在相同工况下，每组实验至少重复3次。在35%湿度下，三种入射速度的最大误差分别为18.1%、13.6%和9.1%；湿度50%时为15.9%、13.9%和14.2%；湿度为65%时分别为11.4%、10.9%和9.3%。图中的每个点代表相同入射角和速度的平均值，曲线颜色的粗细表示实验测量误差。由图中可以看出，随着入射角的增加，e_n在0.35和0.5之间波动。随着入射角度的增加，e_n没有出现明显的下降趋势，这是因为在斜碰撞过程中，颗粒和碰撞表面之间不仅会发生法向位移，还会发生切向位移。随着总入射速度的增加，e_n略有增加。

颗粒的切向恢复系数随入射速度的增加呈现先减小后增加的变化规律，且都存在一个最小值。这是由于在切向碰撞过程中，颗粒与平板间会形成滚动或滑动接触。当颗粒与平板间碰撞过程处于滚动接触时，颗粒的部分入射动能转化为旋转动能，因此切向能量损失随着入射角的增加而增加，从而导致e_t的减小。随着入射角的增加，颗粒与平板间发生滑动接触位移，引起接触面之间的摩擦损失，由于法向接触力随着入射角度的增加而减小，因此切向摩擦损失减小，e_t增加。

在潮湿环境下，颗粒和碰撞表面之间形成液桥，增加毛细力和黏性力[32]，由于液桥增加了接触表面间的黏附作用力，削弱了颗粒的反弹动能，因此e_n和e_t随着相对湿度的增加而减小。e_n和e_t变化规律与Ma等[17]研究毫米级氧化铝球体斜向碰撞覆有液



(a) V_i=2m/s　　b) V_i=3m/s　　(c) V_i=4m/s

图3　潮湿环境下不同入射速度下的恢复系数随入射角变化

Fig. 3　Variation of restitution coefficient versus incident angle at different incident velocities under humid conditions

层的不锈钢板的结论一致。

3.2　湿度对摩擦系数的影响

在斜向碰撞过程中，接触表面间发生滑动接触时会引起摩擦作用。此时存在一个临界入射角α_i（α_i=90°−θ_i），当入射角度小于临界入射角时，颗粒在碰撞过程中将处于滑动状态，否则处于将滚动状态[33-34]。当颗粒与接触表面间发生滑动接触时，动摩擦系数μ_f可以表示为[35]：

$$e_t = 1 - \mu_f \frac{1 + e_n}{\tan\theta_i} \tag{19}$$

图4所示潮湿环境下，$e_t \sim \frac{1+e_n}{\tan\theta_i}$分别在不同的入射速度和相对湿度环境下的变化规律。曲线的斜率表示动摩擦系数，由图中可以看出，在35%、50%和65%潮湿环境下的μ_f分别为0.4、0.435和0.465。随着*RH*的升高，μ_f增加，这是因为潮湿环境下接触表面间的液桥增强了切向阻尼效应，导致μ_f增加。

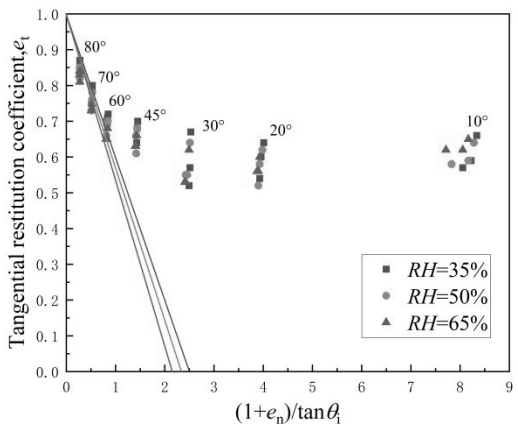
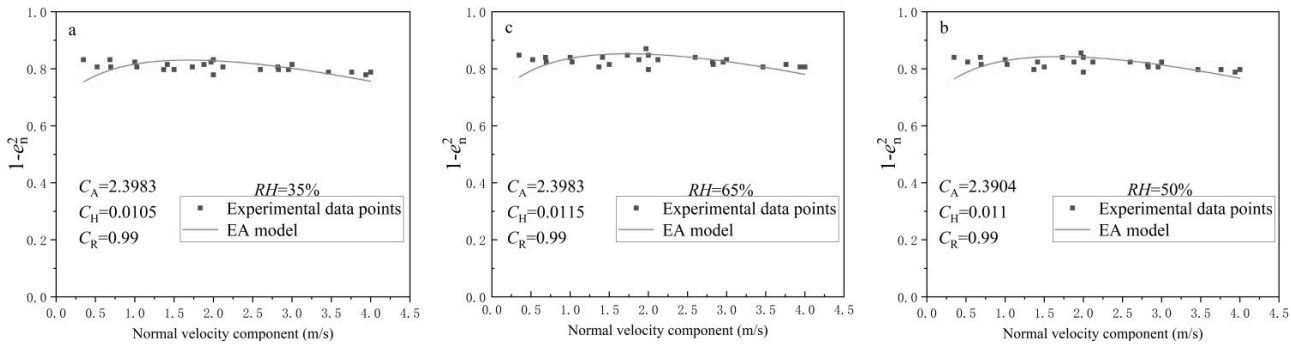


图4　切向恢复系数随$(1+e_n)/\tan\theta_i$变化

Fig. 4　Variation of tangential restitution coefficient versus $(1+e_n)/\tan\theta_i$

3.3　EA模型分析

采用EA模型拟合不同相对湿度环境下$1-e_n^2$与法向入射速度之间的曲线，如图5所示。结合公式(6)和实验数据，确定了潮湿环境下的阻尼系数C_A和C_H。



(a) *RH*=35%　　(b) *RH*=50%　　(c) *RH*=65%

图5　$1-e_n^2$随法向入射速度变化

Fig. 5　Variation of $1-e_n^2$ versus normal velocity component

3.3.1　潮湿环境下颗粒斜向撞击平板的法向分量理论分析　潮湿环境下，颗粒-平板斜向撞击过程中的法向接触力分量通过离散公式(16)中的时间项得到：

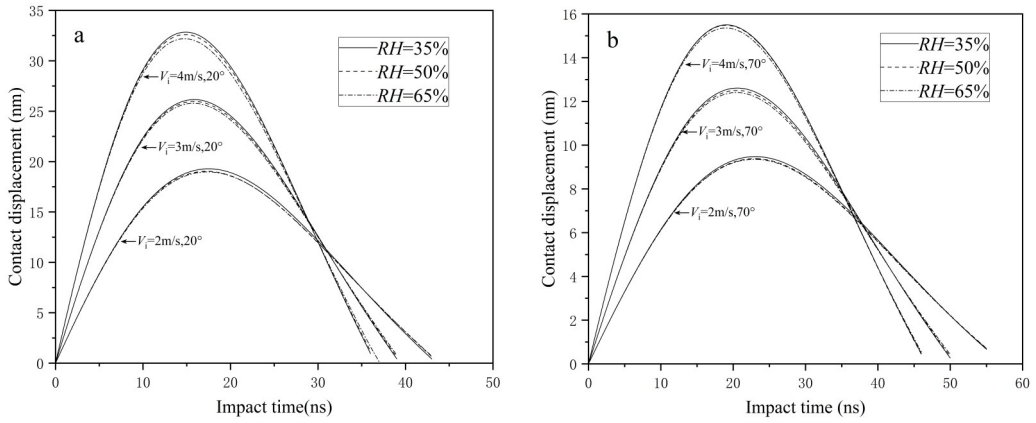
$$m\frac{x_i-2x_{i+1}+x_{i+2}}{\Delta t^2}-\left(-\sqrt{R}\,Kx_{i+1}^{3/2}+2\pi R\gamma\left(2c-\frac{D}{r'}\right)+6\pi\mu R^2\frac{V_{rn}}{h'}\right)\left(1+C_H\frac{x_{i+1}-x_i}{\Delta t}\right)-2\pi\sqrt{Rx_{i+1}}\,f_0\left(1-C_A\frac{x_{i+1}-x_i}{\Delta t}\right)=0 \tag{20}$$

通过公式(14)可以看出，当颗粒与碰撞表面无限接近时，法向黏性力是无限大的，这与实际的物理情况相悖。因此，最小分离距离设定为粗糙表面的半径。粗糙表面半径的计算公式为[28]：

$$h'=\frac{\lambda^2}{58.14RMS}$$

其中，波长λ为相邻波峰之间的距离，RMS为均方根粗糙度。

当给定前一时刻的接触位移x_i和中间时刻的接触位移x_{i+1}，可以计算出下一时刻接触位移x_{i+2}，最终迭代至反弹点的接触位移。其中初始接触位移设为$x_0=0$，v_0为实验中测得的颗粒初始入射法向速度分量，如果时间间隔足够小，则可以假设t_0和t_1时刻之间的质点运动为匀速运动，即t_1时刻的接触位移为$x_1=v_0\Delta t$，其中$\Delta t=1$ ns，根据公式(20)，进行迭代计算，直到颗粒与接触表面分离，最终得到颗粒的反弹速度。



(a) θ_i=20°　　(b) θ_i=70°

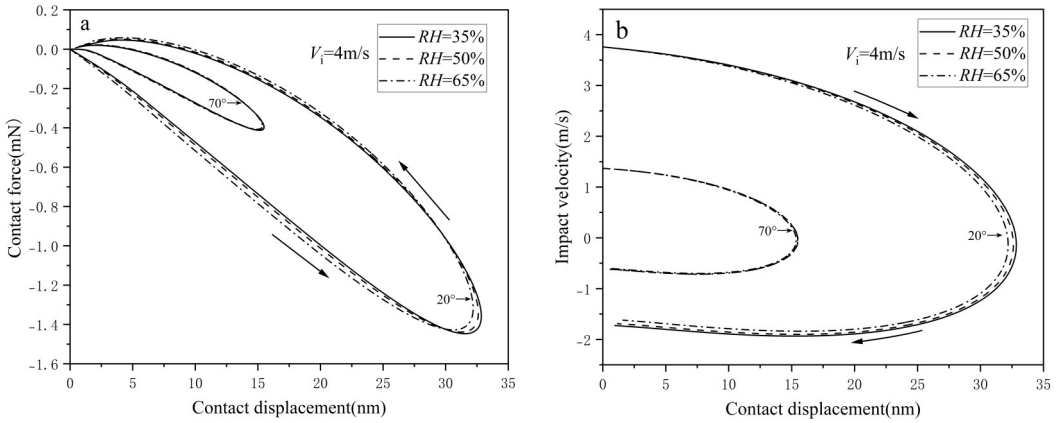
图6　不同法向入射速度下法向接触位移随碰撞时间变化

Fig. 6　Variation of normal contact displacement versus impact time at different normal incident velocities

图6所示潮湿环境下颗粒总入射速度在2m/s，3m/s和4m/s，入射角度为20°和70°时接触位移随接触时间的变化规律。颗粒与平板表面接触过程中，接触位移由零增加至最大值时达到最大接触位移，随后又减小到零后分离，最大接触位移将接触过程分为入射阶段和反弹阶段。随着颗粒总入射速度的增加和入射角度的减小，法向入射分量增加，因此最大接触位移增加，接触时间减小。随着相对湿度的增加，接触位移逐渐减小，这是由于潮湿环境下接触表面间形成液桥，阻碍了颗粒与平板表面间的相对运动。

图7所示潮湿环境下颗粒总入射速度在4m/s，入射角度为20°和70°时颗粒碰撞过程中接触力和接触速度随接触位移的变化规律。图7(a)中接触力的正负表示合力的方向，当接触力为正时，颗粒与平板间的作用力表现为引力；接触力为负时，表现为斥力。当接触位移相同时，随着相对湿度的增加，液桥引起的黏附作用增强，接触力增大。图7(b)中颗粒在入射阶段由于接触力不断增大，阻碍颗粒与平板间的相对运动，速度随着接触位移的增大不断降低，当达到最大接触位移时，速度为0，随后颗粒在反弹阶段运动方向发生改变，速度逐渐增大，直至与平板分离。当入射角度在20°时接触力和碰撞速度较大，由于总入射速度相同，法向速度分量随着入射角度的增加而减小，因此在相同接触位移下，接触力和速度更大。随着相对湿度的增加，液桥引起的黏附作用增强，在相同接触位移环境下，接触力增大，速度减小。

3.3.2　潮湿环境下颗粒斜向撞击平板的切向分量理论分析　潮湿环境下，颗粒-平板斜向撞击过程中的切向接触力分量通过离散公式(17)中的时间项得到：



(a) 法向接触力　　(b) 法向碰撞速度

图7　不同法向入射速度下法向接触力和法向碰撞速度随法向接触位移变化

Fig. 7　Variation of normal contact force and normal impact velocity versus normal contact displacement at different normal incident velocities

$$m\frac{y_i-2y_{i+1}+y_{i+2}}{\Delta t^2}=\begin{cases}\mu_f\left(\left(-\sqrt{r}\,Kx^{3/2}+2\pi R\gamma\left(2c-\dfrac{D}{r'}\right)+6\pi\mu R^2\dfrac{V_{rn}}{h'}\right)\left(1+C_H\dfrac{x_{i+1}-x_i}{\Delta t}\right)+2\pi af_0\left(1-C_A\dfrac{x_{i+1}-x_i}{\Delta t}\right)\right)\\ +6\pi\mu R\left(\dfrac{8}{15}\ln\left(\dfrac{R}{h}\right)+0.9588\right)\left(V_{rt}+\omega R\right), if\ \dot{y}-R\dot{\Omega}\neq 0;\\ 0, if\ \dot{y}-R\dot{\Omega}=0\end{cases}\tag{21}$$

切向位移的计算方法与法向位移的计算方法相同。潮湿环境下，入射角为20°和70°时不同颗粒入射速度环境下切向位移随接触时间的变化规律如图8所示。切向接触位移随着相对湿度的增加略有减小，这是因为液桥不仅增加了接触表面间的摩擦作用(如图4所示)，而且还阻碍了颗粒与碰撞表面之间的相对运动(如图6所示)。当总入射速度相同时，随着入射角度的增加，颗粒的切向速度分量变大，因此切向位移增加。

图9所示潮湿环境下，颗粒入射角度70°时不同总入射速度下切向接触力和接触速度随切向接触位移的变化规律。当切向力为负时表示力与颗粒的运动方向相反，阻碍了颗粒的切向运动。随着相对湿度的增加，黏性力和毛细力增加，因此切向作用力增加，切向速度减小。当切向力等于0时，切向速度达到最小值，然后由于颗粒受到相同运动方向的切向力，因此切向速度再次增加。图9(a)中切向接触力呈现先减小后增大的变化规律，当入射角度为70°时，颗粒处于滑动状态，此时切向接触力主要表现为摩擦力，受法向作用力影响，因此不同速度和湿度下的变化规律相同。随着湿度的增加，液桥作用增强，切向接触力不断增大，切向速度减小。

图10所示潮湿环境下不同入射速度和角度环

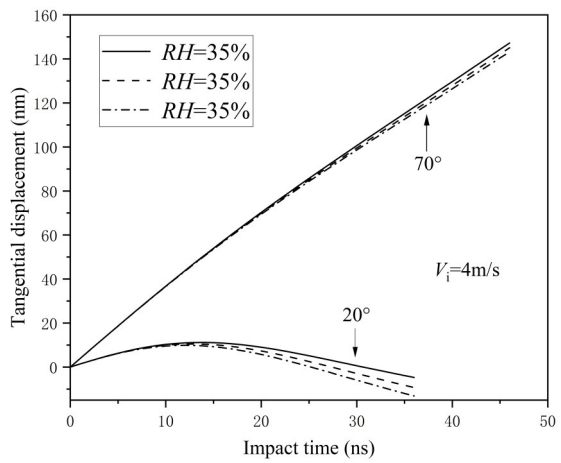
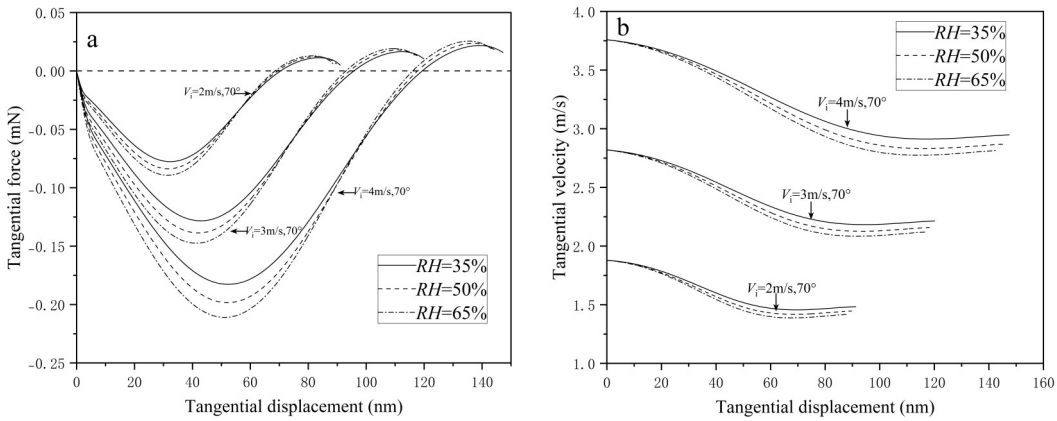


图8　不同切向入射速度下的切向接触位移随接触时间变化

Fig. 8　Variation of tangential displacement versus impact time at different tangential incident velocities

境下EA模型预测的切向反弹速度与实验值对比。图中实线表示EA模型中不考虑颗粒旋转，此时该模型可以很好地预测入射角大于45°时的切向反弹速度，但是对于入射角小于45°的实验数据相比差异较大。当颗粒入射角大于45°时，切向速度分量较大，受切向摩擦阻力影响，切向速度逐渐减小直至分离，此时颗粒与平板间的接触处于滑动接触状态。当入射速度小于45°时，颗粒在离开表面前切



(a) 切向接触力　　(b) 切向碰撞速度

图9　不同切向入射速度下的切向接触力和切向碰撞速度随切向接触位移变化

Fig. 9　Variation of tangential contact force and tangential impact velocity versus tangential displacement at different tangential incident velocities

向速度分量减小至滚动速度，此时切向力为零，颗粒以滚动状态离开平板表面。图10中虚线拟合$R\omega$值与实验值对比，当考虑颗粒的初始旋转时，实验值与EA模型的预测值吻合良好。

在潮湿环境下，入射角为20°和30°时切向力和切向速度随切向位移的变化规律如图11所示。切向力为负，表示力的方向与颗粒运动的方向相反。在颗粒与平板的碰撞过程中，法向接触位移和切向接触位移不断增加，因此随着法向接触力的增加，切向摩擦作用增强，如公式(21)所示。当颗粒以20°和30°的角度入射时，颗粒与接触表面间发生滑动接触，当$V_y=R\omega$时，颗粒与接触表面发生滚动接触直至分离。在滑动状态下，切向力作用在颗粒-平板碰撞的整个过程中，切向力由摩擦力和黏性力组成，其中摩擦力随法向接触位移的增加而增加。由于切向阻尼效应，颗粒的旋转角速度逐渐增加，当切向速度分量降低到$R\omega$时，颗粒与平板间发生纯滚动接触，此时切向作用力为零，切向速度不在发生变化。

图12所示潮湿环境下，入射角为20°和30°入射速度为4m/s时的颗粒角速度随碰撞时间的变化规律。在相同的总入射速度下，当入射角增加时，切向速度分量增加，切向作用力增强，有助于颗粒发生旋转，因此$R\omega$增加，角速度增加。当$R\omega$等于切向速度时，角速度保持不变，直至碰撞结束。随着相对湿度的增加，切向力增大，因此角速度增加。

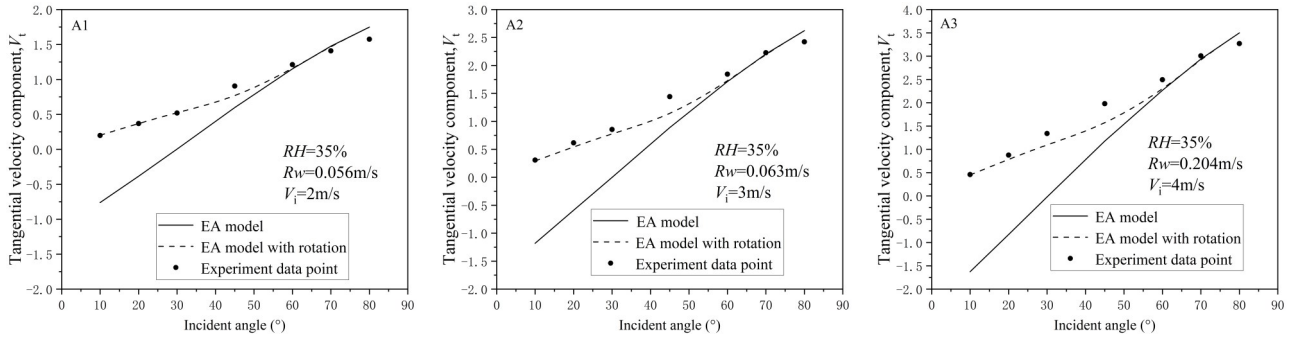
4　结论

本文在潮湿环境下针对粒径为15μm的SiO_2颗粒斜向撞击不锈钢平板表面进行实验和理论研究，分析相对湿度和入射角度对颗粒反弹特性的影响，得到潮湿环境下阻尼系数、接触时间、法向/切向位移和相互作用力的变化规律。主要结论如下：

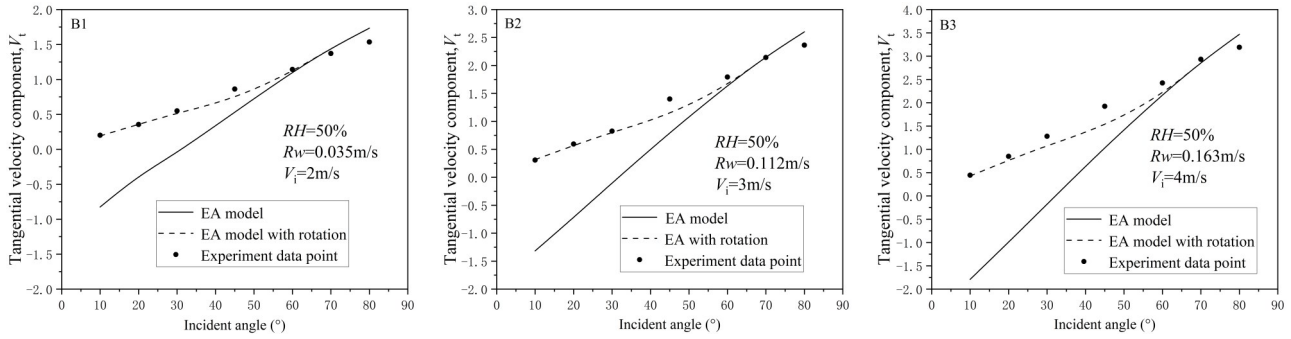
(1)潮湿环境下法向恢复系数在0.35-0.5范围内保持波动，受入射角度影响较小，切向恢复系数随着入射角的增大呈现先减小后增大的变化规律，在45°左右达到最小值。在潮湿环境下，接触表面间形成液桥，增加了毛细力和黏性力作用，因此恢复系数随相对湿度的增加而减小，摩擦系数增加。

(2)在EA模型基础上引入了毛细力和黏性力，建立了潮湿环境下颗粒碰撞行为的动力学模型，得到法向/切向接触位移、接触力和速度的变化规律，考虑颗粒旋转时模型能够准确预测切向反弹速度，其预测结果与实验数据值吻合良好。

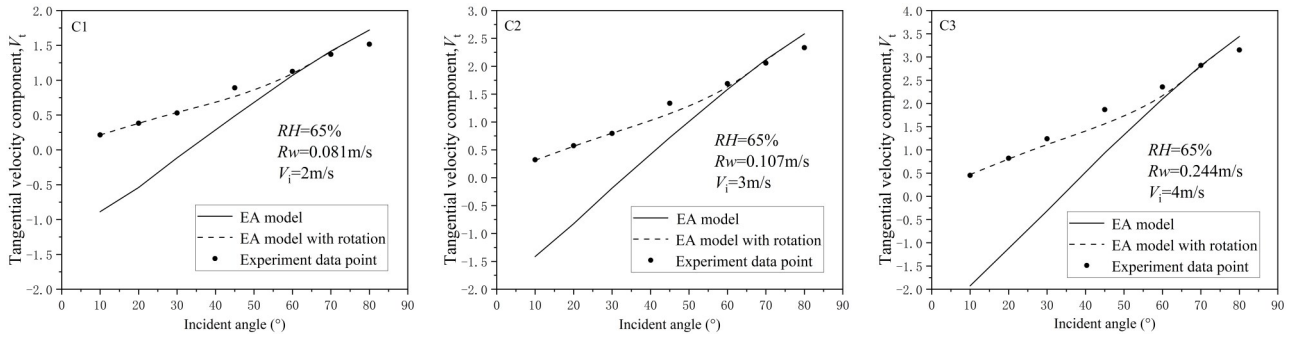
本文采用实验研究方法得到潮湿环境下微尺度颗粒斜向撞击过程中的能量损失情况，并且通过修正干燥环境下EA模型，可将其扩展至潮湿环境的碰撞特性研究，可以为微尺度颗粒的发展潮湿环境下的颗粒撞击行为提供实验数据和动力学模型基础。但是，需要指出的是，本文研究的碰撞条件的变化范围仍然有限，其中颗粒尺寸和实验温度较为固定。在将来的工作中，可以拓展到更广泛范围参数的研究，改变颗粒粒径和温度及更多范围的相对湿度等，进行具有普适性的研究。



（A1）*RH*=35%,V_i=2m/s　（A2）*RH*=35%,V_i=3m/s　（A3）*RH*=35%,V_i=4m/s



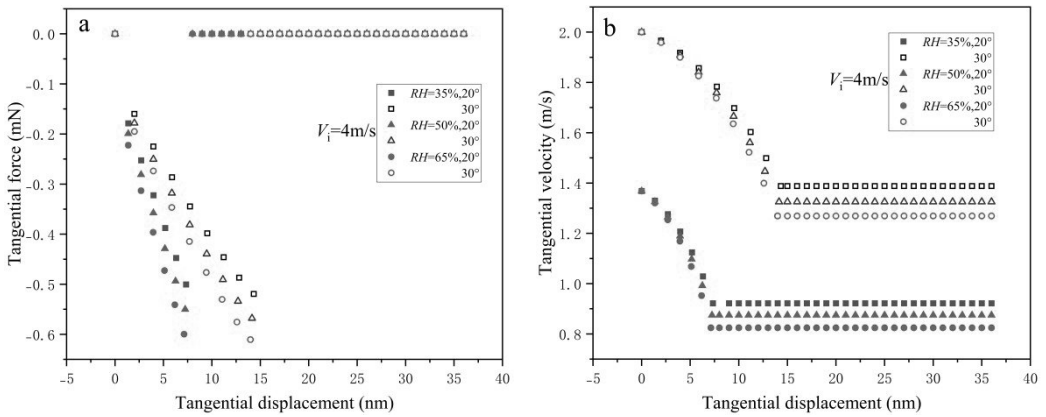
（B1）*RH*=50%,V_i=2m/s　（B2）*RH*=50%,V_i=3m/s　（B3）*RH*=50%,V_i=4m/s



（C1）*RH*=65%,V_i=2m/s　（C2）*RH*=65%,V_i=3m/s　（C3）*RH*=65%,V_i=4m/s

图10　不同切向入射速度下的切向反弹速度随入射角变化

Fig. 10　Variation of tangential velocity component versus incident angle at different tangential incident velocities



(a) 切向力 (b) 切向速度

图11 不同速度下的颗粒切向力和切向速度随切向接触位移的变化

Fig. 11 Variation of particle tangential force and tangential velocity versus tangential displacement at different velocities

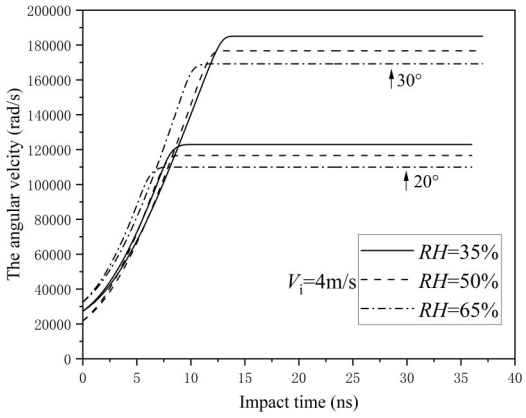


图12 颗粒角速度随碰撞时间变化

Fig. 12 Variation of particle angular velocity versus impact time

参考文献

[1] 谢恒来, 吴曼, 赵军, 等. 导向管喷动流化床中废弃印刷线路板的非金属颗粒包覆改性[J]. 化工学报, 2015, **66**(3): 1185-1193.
Xie H L, Wu M, Zhao J, et al. Coating modification of non-metal particles of waste printed circuit boards in spout-fluid bed with draft tube[J]. CIESC Journal, 2015, **66**(3): 1185-1193.

[2] Wang C, Liu D Y, Ma J L, et al. Characterization of coating shells in a Wurster fluidized bed under different drying conditions and solution viscosities[J]. Powder Technology, 2022, **411**: 117914.

[3] 刘道银, 范志恒, 马吉亮, 等. 湿颗粒倾斜碰撞恢复系数的直接数值模拟[J]. 化工学报, 2023, **74**(10): 4063-4073.
Liu D Y, Fan Z H, Ma J L, et al. Direct numerical simulation of restitution coefficient during oblique collision of wet particles[J]. CIESC Journal, 2023, **74**(10): 4063-4073.

[4] Kuwabara G, Kono K. Restitution coefficient in a collision between two spheres[J]. Japanese journal of applied physics, 1987, **26**(8R): 1230.

[5] Li X, Dunn P F, Brach R M. Experimental and numerical studies of microsphere oblique impact with planar surfaces[J]. Journal of Aerosol Science, 2000, **31**(5): 583-594.

[6] Kharaz A H, Gorham D A, Salman A D. An experimental study of the elastic rebound of spheres[J]. Powder Technology, 2001, **120**(3): 281-291.

[7] Zarate N V, Harrison A J, Litster J D, et al. Effect of relative humidity on onset of capillary forces for rough surfaces[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 2013, **411**: 265-272.

[8] Xie J, Zhu Z R, Yang T H, et al. The effect of incident angle on the rebound behavior of micro-particle impacts[J]. Journal of Aerosol Science, 2021, **155**: 105778.

[9] Hu S, Yin Q, Zhang Y, et al. Experimental study on the rebound characteristics of oblique collision of ash particles and the influence of ammonium bisulfate[J]. Aerosol Science and Technology, 2022, **56**(11): 1058-1069.

[10] Barnocky G, Davis R H. Elastohydrodynamic collision and rebound of spheres: Experimental verification[J]. The Physics of Fluids, 1988, **31**(6): 1324-1329.

[11] Davis R H, Rager D A, Good B T. Elastohydrodynamic rebound of spheres from coated surfaces[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2002, **468**: 107-119.

[12] Crüger B, Salikov V, Heinrich S, et al. Coefficient of restitution for particles impacting on wet surfaces: an improved experimental approach[J]. Particuology, 2016, **25**: 1-9.

[13] Gollwitzer F, Rehberg I, Kruelle C A, et al. Coefficient of restitution for wet particles[J]. Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2012, **86**(1 Pt 1): 011303.

[14] Müller T, Huang K. Influence of the liquid film thickness on the coefficient of restitution for wet particles[J]. Physical Review E, 2016, **93**: 042904.

[15] Lin Z, Chi S Z, Ye J H, et al. Effect of liquid layer on the motion of particle during oblique wet collision[J]. Advanced Powder Technology, 2021, **32**(9): 3259-3267.

[16] Li X, Dong M, Li S F, et al. Experimental and theoretical studies of the relationship between dry and humid normal restitution coefficients[J]. Journal of Aerosol Science, 2019, **129**: 16-27.

[17] Ma J L, Liu D Y, Chen X P. Experimental study of oblique impact between dry spheres and liquid layers[J]. Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2013, **88**(3):

033018.

[18] Hertz H. Miscellaneous Papers[M]. Macmillan, 1896.

[19] Johnson K L, Kendall K, Roberts A D. Surface energy and the contact of elastic solids[J]. Proceedings of the Ryal Sciety of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 1971, **324**: 301-313.

[20] Derjaguin B V, Muller V M, Toporov Y P. Effect of contact deformations on the adhesion of particles[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 1975, **53**(2): 314-326.

[21] Brach R M, Dunn P F. Macrodynamics of microparticles[J]. Aerosol Science and Technology, 1995, **23**(1): 51-71.

[22] Cheng W, Brach R M, Dunn P F. Three-dimensional modeling of microsphere contact/impact with smooth flat surfaces[J]. Aerosol Science and Technology, 2002, **36**(11): 1045-1060.

[23] Liu G Q, Li S Q, Yao Q. A JKR-based dynamic model for the impact of micro-particle with a flat surface[J]. Powder Technology, 2011, **207**(1/2/3): 215-223.

[24] Xie J, Dong M, Li S F, et al. Dynamic characteristics for the normal impact process of micro-particles with a flat surface[J]. Aerosol Science and Technology, 2018, **52**(2): 222-233.

[25] Dong M, Han J, Li S F, et al. A dynamic model for the normal impact of fly ash particle with a planar surface[J]. Energies, 2013, **6**(8): 4288-4307.

[26] Dong M, Li X, Mei Y K, et al. Experimental and theoretical analyses on the effect of physical properties and humidity of fly ash impacting on a flat surface[J]. Journal of Aerosol Science, 2018, **117**: 85-99.

[27] 李雪, 东明, 张璜, 等. 潮湿环境下微尺度颗粒撞击平板的动力学研究[J]. 化工学报, 2022, **73**(5): 1940-1946.
Li X, Dong M, Zhang H, et al. Kinetic characteristics of micro-particle impact on a flat surface under humidity conditions[J]. CIESC Journal, 2022, **73**(5): 1940-1946.

[28] Kim O V, Dunn P F. A microsphere-surface impact model for implementation in computational fluid dynamics[J]. Journal of Aerosol Science, 2007, **38**(5): 532-549.

[29] 邵宏勋, 谢俊, 桂玉双, 等. 基于微米级颗粒临界沉积/剥离标准的研究进展[J]. 化工进展, 2023, **42**(12): 6141-6156.
Shao H X, Xie J, Gui Y S, et al. Research progress of critical deposition/stripping standards based on micron-sized particles[J]. Chemical Industry and Engineering Progress, 2023, **42**(12): 6141-6156.

[30] Rabinovich Y, Adler J, Ata A, et al. Adhesion between nanoscale rough surfaces[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 2000, **232**(1): 17-24.

[31] Goldman A J, Cox R G, Brenner H. Slow viscous motion of a sphere parallel to a plane wall: otion through a quiescent fluid[J]. Chemical Egineering Sience, 1967, **22**(4): 637-651.

[32] Kasper J H, Magnanimo V, de Jong S D M, et al. Effect of viscosity on the avalanche dynamics and flow transition of wet granular matter[J]. Particuology, 2021, **59**: 64-75.

[33] Maw N, Barber J R, Fawcett J N. The oblique impact of elastic spheres[J]. Wear, 1976, **38**(1): 101-114.

[34] Maw N, Barber J R, Fawcett J N. The role of elastic tangential compliance in oblique impact[J]. Journal of Lubrication Technology, 1981, **103**(1): 74-80.

[35] 谢俊. 微尺度颗粒撞击平板表面的动力学特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2017.
Xie J. Studies of dynamic characteristics for micro-particle impact on a flat surface[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2017.